

Отзыв
официального оппонента о диссертационной работе
Арабова Муллошарафа Курбоновича

на тему «Исследование периодических колебаний и анализ устойчивости решений дифференциальных уравнений второго порядка с кусочно-линейными правыми частями», представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

1. Актуальность избранной темы.

Модели негладких систем являются одним из актуальных разделов общей теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Существенный вклад в развитие такой теории внесли исследования А.А.Андропова, М.А.Красносельского, А.Д. Мышкиса, Я.З.Цыпкина, Е.А.Барбашина, Ю.И.Неймарка, А.Ф.Филиппова, Н.Н.Баутина, Б.Д.Гельмана, А.Ласоты, А.Х.Гелига, Ю.Г. Борисовича, В.В. Обуховского, R.I. Leine и др. Ими решены ряд важных проблем для систем с негладкими и разрывным нелинейностями. Однако для уравнений с такими нелинейностями ряд классических задач, типа классификации фазовых портретов, устойчивости состояния равновесия, бифуркации периодических решений не получили пока полного исследования, что делает тему диссертации важной и актуальной.

Диссертационная работа М.К.Арабова посвящена исследованию этих задач для дифференциальных уравнений второго порядка с кусочно-линейными правыми частями вида

$$y'' + ay' + by = -c|y - \lambda|. \quad (1)$$

$$y'' + ay' + by = -c|\varphi(y, y') - \lambda|. \quad (2)$$

$$x' = A(\mu)x + b(x, \mu) + \varphi(x, \mu), \quad x \in R^2. \quad (3)$$

2. Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации.

Все теоремы, научные положения, выводы и рекомендации, сформулированные в диссертации, а также полученные автором формулы и неравенства полностью обоснованы.

3. Достоверность и новизна полученных результатов.

Полученные результаты являются новыми и дополняют исследования М.А.Красносельского, В.С.Козыкина, R.I.Leine, D.H.Van Campen, Э.М.Мухамадиева, М.Г.Юмагулова, И.Д. Нурова. По сравнению с ранее опубликованными М.К.Арабову удалось получить следующие результаты для дифференциальных уравнений с кусочно-линейными правыми частями:

- классификация и анализ фазовых портретов и устойчивости состояния равновесия;
- признаки существования предельного цикла;
- основные сценарии бифуркаций, в том числе, новый признак бифуркации Андронова - Хопфа;
- создан новый пакет программ для построения фазовых портретов.

4. Теоретическая и практическая значимость полученных результатов.

Основные результаты диссертации носят теоретический характер и имеют важное значение для дальнейшего развития теории дифференциальных уравнений с кусочно-линейными нелинейностями типа модуля. Они могут быть использованы специалистами в научно-исследовательских организациях, в том числе, в Математическом институте им. В.А.Стеклова РАН, Институте математики им. С.Л.Соболева СО РАН, Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова, Воронежском государственном университете, Башкирском государственном университете, Институте математики им. А.Д.Джураева АН Республики Таджикистан, Таджикском национальном университете и других

научно-исследовательских учреждениях.

5. Оценка содержания диссертации, её завершенность.

Работа состоит из введения и трёх глав. Во введении обосновывается актуальность темы диссертации, формулируются основные цели работы и излагаются основные полученные автором результаты. Во первой главе диссертации приведён подробный аналитический обзор состояния изученности проблемы, вспомогательные теоремы и общие сведения из теории динамических систем.

Во второй главе изложены основные результаты диссертации, связанные с классификацией и анализом фазовых портретов, устойчивости состояний равновесий уравнений вида (1); нахождением предельных циклов дифференциальных уравнений второго порядка вида (2); исследуются основные сценарии бифуркаций для уравнений вида (3). Глава состоит из трёх параграфов.

В первом параграфе рассматриваются дифференциальные уравнения вида (1). В данном параграфе сначала проводится анализ фазового портрета уравнений вида (1), затем доказываются теоремы ограниченности и устойчивости их решений. Во втором параграфе изучаются уравнения вида (2). В этом параграфе доказывается ограниченность решений уравнений (2). Затем даётся обоснование новых условий для коэффициентов уравнении (2), которые обеспечивают существование предельных циклов.

В заключительном, третьем параграфе изучается задача о локальных бифуркациях в окрестности точки равновесия уравнения вида (3).

В третьей главе на основе полученных аналитических решений, разрабатываются новые алгоритмы построения рассматриваемых в диссертации фазовых портретов динамических систем. Эти алгоритмы использованы для создания программ, реализованных в среде современных языков программирования, в частности, Visual Basic.

Диссертация М.К.Арабова является самостоятельной, завершенной научной квалификационной работой.

6. Достоинство и недостатки в содержании и оформлении диссертации, влияние отмеченных недостатков на качество исследования.

Достоинствами диссертации являются следующие полученные в ней результаты:

- классификация и анализ фазовых портретов уравнений (1)-(2);
- доказанные теоремы об ограниченности и устойчивости решений уравнений (1);
- обоснование новых условий для коэффициентов уравнений (2), которые обеспечивают существование предельных циклов;
- утверждения о необходимости и достаточности признака бифуркации Андронова-Хопфа.

В целом автореферат и диссертационная работа оформлены грамотно, но в них имеется ряд следующих пробелов и опечаток.

- 1) По моему мнению, обзор результатов по исследованию темы диссертационной работы следует дополнить работами зарубежных авторов, сделанными в последние годы, и сравнением с ними полученных результатов.
- 2) На странице 15 даётся ссылка на «вышеприведённой в таблице». А в самом деле, таблица находится ниже. Отметим, что в автореферате ссылка сделана верно.
- 3) В тексте диссертации имеются опечатки и грамматические неточности (с. 6, 15, 39, 41).

Отметим, что указанные замечания не влияют на общую положительную оценку работы.

7. Соответствие автореферата основному содержанию диссертации.

Автореферат соответствует требованиям ВАК МОН РФ, полно и правильно отражает основные положения диссертационной работы.

8. Соответствие диссертации и автореферата требованиям ГОСТ.

Оформление структурных элементов диссертации и автореферата соответствует требованиям ГОСТ Р 7.0.11-2011. В списке литературы библиографические записи соответствуют требованиям ГОСТ в полной мере.

9. Заключение о соответствии диссертации критериям, установленным «Положением о присуждении ученых степеней» по пунктам 10, 11 и 14.

Диссертация Арабова М.К. соответствует критериям, установленным «Положением о присуждении ученых степеней» по пунктам 10, 11 и 14:

(П. 10): Диссертация написана автором самостоятельно, обладает внутренним единством, содержит новые научные результаты и положения в качественной теории дифференциальных уравнений, выдвигаемые для публичной защиты, и свидетельствует о личном вкладе автора диссертации в теорию дифференциальных уравнений. Полученные автором результаты могут быть использованы при решении разного рода задач качественной теории дифференциальных уравнений. Полученные результаты являются развитием других известных работ, как в направлении качественной теории дифференциальных уравнений, так и расширения классов негладких задач.

(П. 11): Основные научные результаты диссертации опубликованы в 14 научных работах, четыре из которых входят в перечень ВАК МОН РФ (на момент опубликования);

(П. 14): Необходимые ссылки на авторов и источники заимствования материалов в диссертации имеются.

Диссертация Арабова Муллошарафа Курбоновича на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук является научно-квалификационной работой, в которой содержатся решения задач, имеющих существенное значение для теории обыкновенных дифференциальных уравнений, и полностью соответствует требованиям П.9 Положения о присуждении учёных степеней, а её автор заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Официальный оппонент:

Каменский Михаил Игоревич, доктор физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, профессор, заведующий кафедрой функционального анализа и операторных уравнений ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный университет».

28 октября 2016 года

М.И.Каменский

Контактная информация:

ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный университет»,
394018, Российская Федерация,
г. Воронеж, Университетская площадь, 1.
сайт: <http://www.vsu.ru>
телефон: 8 (473) 220-85-93 (моб.)
e-mail: Mikhailkamenski@mail.ru

