

Отзыв

официального оппонента на диссертационную работу

Арабова Муллошарафа Курбоновича «Исследование периодических колебаний и анализ устойчивости решений дифференциальных уравнений второго порядка с кусочно-линейными правыми частями», представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

В диссертационной работе рассмотрены два вида скалярных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка

$$(1) \quad x''(t) + ax'(t) + bx(t) = c |x(t) - \lambda|,$$

$$(2) \quad x''(t) + ax'(t) + bx(t) = c |x'(t) - \varphi(x(t), x'(t))|.$$

Здесь независимая переменная t принимает значения из промежутка $(-\infty, +\infty)$, вещественные числа a, b, c, λ и функция двух переменных $\varphi(x, y)$ считаются заданными. Предполагается, что функция $\varphi(x, y)$ непрерывна на всей плоскости и удовлетворяет условию

$$(3) \quad \lim_{|x|+|y| \rightarrow \infty} \frac{\varphi(x, y)}{|x|+|y|} = 0.$$

Для уравнений вида (1) и (2) исследованы следующие вопросы:

- 1) качественное поведение траекторий $(x(t), x'(t))$, $t \in (-\infty, +\infty)$;
- 2) устойчивость стационарных решений;
- 3) ограниченность решений;
- 4) существование и устойчивость нестационарных периодических решений.

В диссертации также исследована локальная задача о бифуркациях в окрестности нулевой особой точки для систем обыкновенных дифференциальных уравнений следующего вида:

$$(4) \quad x'(t) = A(\mu)x(t) + b(x(t), \mu) + \varphi(x(t), \mu), \quad x(t) \in R^N,$$

где μ - вещественный параметр, $A(\mu)$ - непрерывно дифференцируемая по μ матрица-функция, $b(x, \mu)$ - вектор-функция с координатами $b_{i1}(\mu)|x_1| + \dots + b_{iN}(\mu)|x_N|$, $i = 1, \dots, N$, $\varphi(x, \mu)$ - вектор-функция, непрерывно дифференцируемая по совокупности переменных и удовлетворяющая условию $\|\varphi(x, \mu)\| = o(\|x\|)$ равномерно по μ при $\|x\| \rightarrow 0$.

На основе исследования выше перечисленных вопросов разработаны алгоритмы построения фазовых портретов для автономных систем, соответствующих уравнениям вида (1), (2), в среде программирования Visual Basic.

В соответствии с пунктом 23 Положения о порядке присуждения учёных степеней, утверждённого Постановлением № 842 Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 года, на основе изучения диссертации и опубликованных научных работ по теме диссертации, можно дать следующие оценки.

1. Актуальность темы.

Исследуемые в диссертации вопросы и задачи актуальны с точки зрения теории дифференциальных уравнений и ее приложений, так как, во-первых, исследование уравнений вида (1), (2) и систем уравнений вида (4) требует развитие методов теории дифференциальных уравнений применительно к этим уравнениям. Во-вторых, исследование указанных уравнений, как показано в работах других авторов, приводит к новым научным результатам, значительно дополняющим традиционные представления об автономных системах на плоскости. В-третьих, указанными уравнениями представляются математические модели процессов с переключениями, и для исследования таких моделей необходимо разработать свой математический аппарат – количественные и качественные методы исследования решений, алгоритмы построения фазовых портретов, алгоритмы оптимального управления процессами, методика расчета устойчивых и неустойчивых числовых характеристик процессов.

Разработанный в диссертации математический аппарат позволяет исследовать и решить широкий круг задач для дифференциальных уравнений с кусочно-линейными правыми частями.

2. Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации.

Все утверждения – теоремы, леммы, следствия и выводы, сформулированные в диссертации, обоснованы строгими математическими доказательствами. На основе доказанных утверждений разработаны алгоритмы построения фазовых портретов для кусочно-линейных автономных систем.

3. Достоверность и новизна полученных результатов.

Достоверность полученных результатов сомнений не вызывает. Полученные результаты являются новыми, их можно считать развитием и обобщением работ А.А. Андропова и Н.Н. Баутина, представителей воронежской математической школы и зарубежных математиков R.I. Leine, D.H. Van Campen.

Научная новизна полученных результатов состоит в следующем:

- дана классификация фазовых портретов для уравнений вида (1) при $\lambda = 0$;
- для уравнений вида (1) при $\lambda = 0$ установлены новые типы фазовых портретов – седло-узел и седло-фокус, которые не встречаются в линейных автономных системах;
- доказана новая теорема об устойчивости стационарных решений уравнения (1);
- дана классификация фазовых портретов для уравнений вида (2) при $\varphi(x, y) \equiv 0$, и, в частности, установлен новый тип – узел-фокус;
- доказана новая теорема об ограниченности решений уравнения (2) при $t > 0$ и $t < 0$;
- доказана теорема 2.4 о том, что для скалярного уравнения второго порядка

$x''(t) = f(x(t), x'(t))$ стационарное решение x_0 устойчиво по Ляпунову при $t > 0$ только в том случае, когда любое другое решение $x(t)$ удовлетворяет условию

$$\inf_{t \leq 0} (|x(t) - x_0| + |x'(t)|) > 0.$$

- доказаны новые теоремы о существовании предельных циклов для автономной системы, соответствующей уравнению (2);
- исследованы основные сценарии бифуркаций Андронова -Хопфа для системы уравнений (4) и получен новый признак бифуркации;
- разработаны алгоритмы построения фазовых портретов для автономных систем, соответствующих уравнениям вида (1) и (2), в среде программирования Visual Basic.

4. Теоретическая и практическая значимость полученных результатов.

Полученные в диссертации результаты имеют теоретическую и практическую значимость. В ней для некоторых дифференциальных уравнений с кусочно-линейными правыми частями дана классификация фазовых портретов, найдены условия устойчивости стационарных решений, выявлены признаки существования предельных циклов, исследованы основные сценарии бифуркаций Андронова-Хопфа, в том числе, получен новый признак бифуркации. Полученные результаты значимы для теории автономных систем на плоскости и могут оказаться полезными при построении и исследовании математических моделей процессов с переключениями.

5. Оценка содержания диссертации, её завершенность.

Диссертация состоит из введения и трёх глав. Во введении даётся обзор литературных источников, приводятся постановки основных задач, и обосновывается их актуальность.

В первой главе даются необходимые общие сведения из теории динамических систем, устойчивости решений, фазовых портретов, сценариев различных бифуркаций и т.п. Глава носит вспомогательный характер и содержит 3 параграфа.

Вторая глава диссертации посвящена исследованию классификаций и анализу фазовых портретов, условий устойчивости стационарных решений, нахождению предельных циклов, исследованию основных сценариев бифуркаций. Она состоит из трёх параграфов. В первом параграфе исследованы уравнения вида (1). Сначала проводится анализ фазового портрета соответствующих автономных систем, затем доказываются теоремы об ограниченности решений и устойчивости стационарных решений.

Во втором параграфе изучаются уравнения вида (2). В этом параграфе доказана теорема об ограниченности решений уравнения (2), а также доказана теорема о существовании предельных циклов для автономной системы, соответствующей уравнению (2). Кроме этого, доказана теорема 2.4 о том, что для

скалярного уравнения второго порядка $x''(t) = f(x(t), x'(t))$ стационарное решение x_0 устойчиво по Ляпунову при $t > 0$ только в том случае, когда любое другое решение $x(t)$ удовлетворяет условию $\inf_{t \leq 0} (|x(t) - x_0| + |x'(t)|) > 0$. При этом не объясняется, применяется ли теорема 2.4 в исследовании уравнений (1), (2).

В третьем параграфе исследована локальная задача о бифуркациях в окрестности нулевой особой точки для системы обыкновенных дифференциальных уравнений (4).

В третьей главе приводятся алгоритмы построения фазовых портретов для автономных систем, соответствующих уравнениям вида (1) и (2), в среде программирования Visual Basic. Эти алгоритмы разработаны на основе теоретических положений, доказанных во второй главе диссертации.

Работа в целом является завершённым научным исследованием, выполненным на актуальную тему. Диссертация содержит большое количество результатов, представляющих научный интерес.

6. Достоинство и недостатки в содержании и оформлении диссертации, влияние отмеченных недостатков на качество исследования.

По содержанию глав диссертации можно сделать ряд замечаний.

1. В диссертации не объясняется, какая связь между теоремой 2.4 и уравнениями (1), (2).

2. В параграфе 2.3.1 сформулирована теорема 2.7 и далее отмечается, что теорема доказывается простым подсчетом. Если нет доказательства, то можно ли эту теорему считать новым научным результатом, полученным в диссертации?

3. В параграфе 2.3.3 доказаны два важных утверждения – лемма 2.13 и теорема 2.8. К сожалению, доказательства этих утверждений схематичны.

4. Третья глава представлена как раздел, посвященный разработке алгоритмов построения фазовых портретов. Алгоритмы приведены в виде блок-схем, но при этом нет пояснений по деталям разработки и обоснования алгоритмов.

Указанные замечания не влияют на общую положительную оценку качества проведенных исследований.

7. Соответствие автореферата основному содержанию диссертации.

Автореферат соответствует основному содержанию диссертации.

8. Заключение о соответствии диссертации критериям, установленным в пунктах 9-14 Положения о порядке присуждения ученых степеней.

Представленную диссертацию можно считать научно-квалифицированной работой, где получены новые результаты, имеющие значение в теории

обыкновенных дифференциальных уравнений.

В диссертации применяются и развиваются идеи и методы воронежской математической школы по качественному исследованию обыкновенных дифференциальных уравнений.

Основные научные результаты диссертации опубликованы в четырёх рецензируемых научных журналах, рекомендованных Высшей аттестационной комиссией при Министерстве образования и науки Российской Федерации.

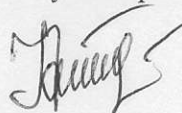
Необходимые ссылки на авторов и источники заимствования материалов в диссертации имеются. В соавторстве выполнены научные работы в диссертации и в автореферате отмечены.

Диссертация соответствует основным критериям Положения о порядке присуждения ученых степеней, а ее автор - Арабов М.К. заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Официальный оппонент:

Наимов Алижон Набиджанович, доктор физико-математических наук по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, профессор кафедры информационных систем и технологий Вологодского государственного университета.

25 октября 2016 года



А. Н. Наимов

Контактная информация:

Вологодский государственный университет,

160000, Россия, г. Вологда, улица Ленинградская,

сайт: www.vogu35.ru

телефон: +79211202273

e-mail: nan67@rambler.ru



Менеджер по персоналу
отдела кадров
Управления делами

