

ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертационной работе

Чоршанбиевой Майрам Чоршанбиевны на тему «Некоторые двумерные интегральные операторы с четными характеристиками», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

1. Актуальность избранной темы.

В рецензируемой диссертационной работе исследуется класс операторов, являющихся комбинациями двумерных сингулярных интегральных операторов Кальдерона-Зигмунда-Михлина, операторов умножения на непрерывные функции, операторов комплексного сопряжения и интегральных операторов с ядрами Бергмана. Предполагается, что оператор Кальдерона-Зигмунда-Михлина $S_m : L^p_{\beta-\frac{2}{p}}(D) \rightarrow L^p_{\beta-\frac{2}{p}}(D)$ $\theta = \arg(\zeta - z)$, $m \in \mathbb{Z}$, и действует по

правилу $(S_m f)(z) = \frac{m(-1)^m}{\pi} \iint_D \frac{e^{-2im\theta}}{|\zeta - z|^2} f(\zeta) ds_\zeta$. При этом $L^p_{\beta-\frac{2}{p}}(D)$ - банахово

пространство измеримых суммируемых с весом $|z|^{\beta-\frac{2}{p}}$, $p \in (1, \infty)$, $\beta \in (0, 2)$, где D - область комплексной плоскости, ограниченная конечным числом кусочно-ляпуновских кривых. Исследование таких операторов, безусловно, является актуальной задачей в связи с их большой востребованностью в смежных областях математики. В частности, такие операторы встречаются в теории обобщенных аналитических функций, теории квазиконформных отображений, теории уравнений в частных производных, что находит отражение в классических монографиях И.Н.Векуа, Л.Альфорса, М.Шифера, С.Г.Михлина, И.Стейна, И.Стейна и Г.Вейса, Б.В.Боярского, Н.Л.Василевского. Некоторые частные двумерные сингулярные операторы и их приложения ранее изучались А.Д.Джураевым, И.И.Комяком К.Х.Бойматовым, В.С.Виноградовым Г.Джангибековым и другими.

2. Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации.

Все приведенные в диссертации теоремы, выводы, научные положения, рекомендации, а также полученные формулы строго и полно обоснованы методами теории функций и функционального анализа.

3. Достоверность и новизна, полученных результатов.

Новыми результатами, полученными в диссертационной работе являются:

- 1) критерии нетеровости трехэлементных (в пространствах $L^p_{\beta-\frac{2}{p}}(D)$) и четырехэлементных (в пространстве $L^p(D)$) сингулярных уравнений, содержащих операторы S_m с разными характеристиками,
- 2) критерий нетеровости системы интегральных уравнений, содержащей операторы вида S_m с разными характеристиками и операторы и интегральные операторы с ядрами Бергмана,
- 3) эффективные формулы для подсчета индексов рассматриваемых операторов,
- 4) конструкции регуляризаторов.

Основные результаты диссертации дополняют известные исследования С.Г.Михлина, А.Д.Джураева, И.И.Комяка, В.С.Виноградова, К.Х.Бойматова, Г.Джангибекова. При доказательствах основных утверждений эффективно используются методы, разработанные Н.И.Мусхелишвили, Ф.Д.Гаховым, И.Б.Симоненко, Р.В.Дудучавой. Доказательства результатов не вызывают сомнений, в связи с чем представляются достоверными.

4. Теоретическая и практическая значимость, полученных результатов.

Диссертационная работа носит теоретический характер. Результаты исследования, проведенного диссертантом, существенно дополняет общую теорию двумерных сингулярных операторов и может быть использовано при построении теории обобщенных аналитических функций в смысле Векуа, в теории квазиконформных отображений и других областях математической науки. Кроме того, некоторые результаты диссертации могут быть использованы как методический материал при обучении магистров и аспирантов математических специальностей.

5. Оценка содержания диссертации, ее завершенность.

Диссертационная работа состоит из введения, шести разделов, заключения и списка цитированной литературы. Объем диссертации составляет 94 стр.

Во введении описывается объект исследования, дается обзор предшествующих результатов, приводится краткое содержание работы.

Раздел 1 носит вспомогательный характер, Здесь описываются пространства функций, используемых в диссертации, приводятся

определения и основные свойства нетеровых операторов, даются основные понятия и факты локальной теории И.Б.Симоненко.

В разделе 2 изучается интегральное сингулярное трехкомпонентное уравнение $(Af)(z) = a(z)f(z) + c(z)(\overline{Sf})(z) + d(z)(\overline{S}_m \overline{f})(z) = g(z)$, $z \in D$ в пространстве $L^p_{\beta-\frac{2}{p}}(D)$. Основным результатом этого раздела является

теорема 2.1, в которой указаны необходимые и достаточные условия нетеровости оператора A и получены формулы для вычисления индекса этого оператора.

В разделах 3, 4, 5 в различных предположениях относительно чисел m и n изучается интегральное сингулярное четырехкомпонентное уравнение $(Af)(z) = a(z)f(z) + b(z)\overline{f(z)} + c(z)(\overline{S}_n f)(z) + d(z)(\overline{S}_m \overline{f})(z) = g(z)$, $z \in D$ в пространстве $L^p(D)$. Для оператора, порождаемого левой частью этого уравнения, построен матричный символ, получены критерии нетеровости (теоремы 3.1, 4.1) и формулы для подсчета индекса (формулы (11), (14), (18)). Отметим также, что предложенная схема исследования позволяет индуктивно строить регуляризаторы рассматриваемых операторов в случае их нетеровости.

Раздел 6 посвящен одному классу систем интегральных уравнений, в которых содержатся, помимо операторов вида S_m , операторы с ядрами Бергмана. Основным результатом этого раздела является критерий нетеровости (теорема 6.1), в которой указывается и формула для подсчета индекса.

Библиографический список содержит 74 работы.

Диссертационная работа является завершенным научным исследованием, полно описывающим теорию Нетера рассмотренных классов операторов.

6. Достоинства и недостатки в содержании и оформлении диссертации, влияние отмеченных недостатков на качество исследования.

Достоинствами диссертации являются следующие результаты:

- получение критериев нетеровости для всех рассмотренных операторов,
- построение гомотопической классификации с последующим построением явных формул для подсчета индексов для операторов каждого гомотопического класса,
- построение явных формул обращения матричной задачи Римана, возникающей в процессе факторизации матричных символов изучаемых операторов,

- индуктивное построение регуляризаторов.

В целом автореферат и диссертация написаны грамотным математическим языком.

Однако, тем не менее, имеются некоторые замечания:

1. Нумерация во введении диссертации и остальной ее части организованы по-разному.
2. Нет ссылок на некоторые основополагающие работы Ф.Д.Гахова, И.Стейна, Г.Вейса.
3. В библиографическом списке есть монография Н.И.Мусхелишвили (она и должна там быть), но в тексте диссертации ссылок на нее мне обнаружить не удалось.
4. Все исследуемые операторы (достаточно разные) обозначаются одной и той же буквой «А».
5. Имеются погрешности редакционного характера. Например, автор достаточно часто пишет «нетеровый оператор», а следовало бы написать «нетеров оператор» или «оператор Нетера», на стр. 35 в последней строке слово «которое» нужно было бы заменить на слово «который», на стр. 37 в строке 7 снизу написано «условие 3.2», а нужно «условие (3.2)» и т.д.

Отметим, что сделанные замечания не являются принципиальными и не влияют на общую положительную оценку работы.

7. Соответствие автореферата основному содержанию диссертации.

Автореферат соответствует требованиям ВАК МОН РФ, полно и правильно отражает основные положения диссертации.

8. Соответствие диссертации и автореферата требованиям ГОСТ.

Оформление структурных элементов диссертации и автореферата соответствуют требованиям ГОСТ Р 7.0.11-2011. В списке литературы библиографические записи соответствуют ГОСТ в полной мере.

9. Заключение о соответствии диссертации критериям, установленным «Положением о присуждении ученых степеней» по пунктам 10, 11 и 14.

Диссертационная работа Чоршанбиевой Майрам Чоршанбиевны на тему «Некоторые двумерные интегральные операторы с четными характеристиками», представленная на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, является научно-квалификационной работой, в которой содержатся решения задач, имеющих существенное значение для теории сингулярных интегральных уравнений, полностью соответствует всем требованиям 11.9 Положения о присуждении ученых степеней, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Официальный оппонент: Пасенчук Александр Эдуардович, доктор физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ, профессор кафедры алгебры и дискретной математики Южного Федерального Университета (Ростов-на-Дону).

А.Э.Пасенчук

27 февраля 2017 года



Личную подпись
удостоверяю

А. Э. Пасенчука

Ученый секретарь Совета
Южного федерального университета

Мирошниченко О.С.

Контактная информация:

Южный Федеральный Университет,

Россия, 344000, г.Ростов-на-Дону, ул. Большая Садовая, 105/42

Сайт: sfedu.ru

Телефон: +7-928-116-55-77 (моб.)

e-mail: pasenchuk@mail.ru