

О Т З Ы В

официального оппонента о диссертационной работе Чоршанбиевой Майрам Чоршанбиевны на тему «Некоторые двумерные сингулярные интегральные операторы с чётными характеристиками», представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 — Вещественный, комплексный и функциональный анализ

1. Актуальность избранной темы.

Диссертационная работа посвящена двумерным сингулярным интегральным уравнениям по ограниченной области, которые рассматриваются в весовых лебеговых пространствах функций.

Двумерные интегральные уравнения, содержащие сингулярные интегральные операторы типа Михлина – Кальдерона – Зигмунда встречаются во многих задачах теории обобщённых аналитических функций И.Н. Векуа, теории квазиконформных отображений Л. Альфорса, М. Шиффера, теории дифференциальных уравнений с частными производными Б. Боярского, А.Д. Джураева, В.Н. Монахова, Н.Л. Василевского и другие. Впервые такие уравнения рассматривал И.Н. Векуа методом сжимающих отображений. А.Д. Джураев исследовал двумерные сингулярные интегральные уравнения в пространствах $L_p(D)$, $2 < p < \infty$, при помощи редукции к краевым задачам для обобщённых аналитических функций. И.И. Комяк применил при изучении двумерных уравнений в пространствах $L^p(D)$, $1 < p < \infty$ методы теории банаховых алгебр.

Разработанная Р.В. Дудучавой L_p - теория, $1 < p < \infty$, многомерных сингулярных интегральных уравнений на многообразиях с краем даёт возможность свести исследование нётеровых свойств уравнений, содержащих сингулярные операторы к факторизации соответствующих рациональных матриц-функций, а точнее к нахождению их частных индексов. При этом представляет интерес установить критерий нётеровости рассматриваемого двумерного сингулярного интегрального уравнения в виде явных условий на его коэффициенты.

Для широкого класса интегральных уравнений это проделано в работах Г. Джангибекова, К.Х. Бойматова и Г. Джангибекова. При этом указанные сингулярные интегральные операторы, как правило, имели характеристики одинакового порядка. В диссертации М.Ч. Чоршанбиевой исследуются вопросы нётеровости и вычисления формул индексов некоторых классов двумерных интегральных операторов с чётными характеристиками различного порядка по ограниченной области и следовательно тема диссертации является актуальной.

2. Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендации, сформулированных в диссертации.

Все теоремы, выводы, научные положения и рекомендации, а также полученные формулы полностью обоснованы методами сингулярных уравнений, операторными методами.

3. Достоверность и новизна полученных результатов.

Полученные результаты являются новыми и дополняют исследования А. Джураева, В.С. Виноградова, Н.Л. Василевского, Н.Н. Комяка, Р.В. Дудучавы, Г. Джангибекова.

Следующие результаты являются новыми:

- Для некоторых классов двумерных сингулярных интегральных операторов с чётной характеристикой разного порядка по ограниченной области в лебеговом пространстве с весом получены эффективные необходимые и достаточные условия нётеровости и формулы для подсчёта индекса.
- Построена нётерова теория некоторых классов систем интегральных уравнений, содержащих двумерные сингулярные операторы по ограниченной области и операторы Бергмана.

4. Теоретическая и практическая значимость полученных результатов.

Основные результаты диссертации носят теоретический характер и имеют важное значение для дальнейшего развития теории двумерных

сингулярных интегральных уравнений. Они могут найти применение в теории интегральных уравнений, теории линейных операторов, теории уравнений математической физики.

5. Оценка содержания диссертации, её завершенность.

Работа состоит из введения и шести разделов. Во введении приводится обоснование актуальности избранной темы диссертации, формулируются основные цели работы и излагаются полученные автором результаты.

Раздел 1 носит вспомогательный характер. В нём описаны используемые в работе пространства функций и приводятся основные понятия и факты теории нётеровых операторов в банаховых пространствах.

В **разделах 2-4** изучаются трех и четырёхкомпонентные двумерные сингулярные интегральные операторы с чётными характеристиками разного порядка по ограниченной области.

В теоремах 2.1., 3.2., 4.1. доказаны эффективные необходимые и достаточные условия нётеровости рассматриваемых операторов в лебеговых пространствах с весом и получены формулы для вычисления индекса.

В теореме 5.1 **раздела 5** для четырёхкомпонентного сингулярного интегрального уравнения с операторами S_n и \bar{S}_m вида

$$(Af)(z) = a(z)f(z) + b(z)\overline{f(z)} + c(z)(S_n f)(z) + d(z)(\bar{S}_m f)(z) = g(z)$$

найжены необходимые и достаточные условия нётеровости и дана формула для вычисления индекса. Указанные результаты обобщают полученные ранее результаты Г. Джангибекова на случаи $n \neq m$.

В **разделе 6** изучается некоторый класс систем интегральных уравнений, содержащих сумму двумерных сингулярных операторов S_m и оператора Бергмана по ограниченной односвязной области D с гладкой границей Γ . В теореме 6.1 методом факторизации исходного оператора построена неторова теория рассматриваемой системы интегральных уравнений и вычислен индекс системы.

Эти результаты обобщают ранее полученные результаты В.С. Виноградова, а также результаты работы Б.М. Бильмана и Г.

Джангибекова.

Диссертация М.Ч. Чоршанбиевой является самостоятельной, завершённой научной квалификационной работой.

6. Достоинства и недостатки в содержании и оформлении диссертации влияние отмеченных недостатков на качестве исследования.

Достоинством диссертации являются следующие результаты:

- В лебеговых пространствах с весом получены эффективные необходимые и достаточные условия нётеровости и формулы для подсчёта индекса некоторых классов двумерных сингулярных интегральных операторов с чётной характеристикой по ограниченной области.
- Построена нётеровая теория некоторых классов систем интегральных уравнений, содержащих двумерные сингулярные операторы и операторы Бергмана по ограниченной области.

В целом автореферат и диссертационная работа оформлены грамотно. Имеется несколько замечаний:

1. В диссертации одинаково обозначаются разные объекты: например на стр. 22 формула 2.1 и на стр. 36 формула 3.1 разные операторы обозначаются одним символом A .
2. Исследование рассматриваемых в диссертации операторов проводится в весовом пространстве $L^p_{\beta-2/p}(D)$, $1 < p < \infty$, $0 < \beta < 2$. Из полученных результатов не совсем ясно, зависят ли они от показателя веса β или не зависят?
3. В замечании 1 на стр. 82 сказано: "Вместо непрерывности матриц-функций $c(z)$, $d(z)$ и $\delta(z)$ в \bar{D} достаточно потребовать, чтобы их элементы были измеримыми ограниченными функциями....". Если не требовать непрерывность указанных элементов, то не ясно почему это не влияет на полученные результаты?

Отметим, что указанные замечания не влияют на общую положительную оценку работы.

7. Соответствие автореферата основному содержанию диссертации.

Автореферат соответствует требованиям ВАК МОН РФ полно и правильно отражает основные положения диссертационной работы.

8. Соответствие диссертации и автореферата требованиям ГОСТ.

Оформление структурных элементов диссертации и автореферата соответствует требованиям ГОСТ Р7.0.11-2011. В списке литературы библиографические записи соответствуют требованиям ГОСТ в полной мере.

9. Заключение о соответствии диссертации критериям установленным «Положения о присуждении учёных степеней» по пунктам 10,11, и 14:

Диссертация Чоршанбиевой М.Ч. соответствует всем критериям, установленным «Положением о порядке присуждения учёных степеней» по пунктам 10, 11 и 14:

(п.10): Диссертация написана автором самостоятельно, обладает внутренним единством содержит новые научные результаты и положения в теории сингулярных интегральных уравнений, выдвигаемые для публичной защиты, и свидетельствуют о личном вкладе автора диссертации в теорию сингулярных интегральных уравнений. Полученные автором результаты могут быть использованы при решении достаточно широкого класса сингулярных интегральных уравнений.

(п.11): Основные научные результаты опубликованы в 8 научных работах, в том числе в четырех изданиях из перечня ВАК России.

(п.14): Необходимые ссылки на авторов и источники заимствования материалов в диссертации имеются.

Диссертация Чоршанбиевой Майрам Чоршанбиевны на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук является научно-квалификационной работой, в которой содержатся решения задач, имеющих существенное значение для теории сингулярных интегральных

уравнений, и полностью соответствует требованиям п.9 Положения о порядке присуждения учёных степеней, а её автор заслуживает присуждения ей учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 — Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Официальный оппонент:

кандидат физико-математических наук,
по специальности 01.01.01 — Вещественный,
комплексный и функциональный анализ,
доцент, заведующий кафедрой алгебры и
вычислительной математики,
Худжандского государственного
университета имени академика Б.Г.Гафурова



[Signature]
Тухлиев К.

[Signature]
Подпись К.Тухлиева заверяю.

[Signature]
Начальник ОК ХГУ

[Signature]
З.Н.Ашрапова

Контактная информация:

Худжандский государственный университет им. Б.Гафурова,
735700, Таджикистан, г. Худжанд, проезд Мавлонбекова, 1.

Сайт: www.hgu.tj; e-mail: hgu-rector@khujandi.com

Тел. рабочий: (8-3422) 6-52-73; Тел. моб. (+992)92-754-95-50