



«У Т В Е Р Ж Д А Ю»
Ректор Таджикского государственного
университета коммерции

М.М. Шарипов

« 21 » февраль 2017 г.

О Т З Ы В

ведущей организации о диссертационной работе Чоршанбиевой Майрам Чоршанбиевны на тему «Некоторые двумерные сингулярные интегральные операторы с чётными характеристиками», представленной на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 — Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

1. Актуальность избранной темы.

В диссертации в лебеговом пространстве с весом рассматриваются сингулярные интегральные уравнения, содержащие операторы S_m, S_{-m} ;

$$(S_m f)(z) = \frac{m(-1)^m}{\pi} \iint_D \frac{e^{-2im\theta}}{|\zeta - z|^2} f(\zeta) ds_\zeta, \quad \theta = \arg(\zeta - z), \quad (1)$$

D - ограниченная область комплексной плоскости, граница Γ которой состоит из конечного числа простых замкнутых кривых Ляпунова Γ , не пересекающихся между собой, $m \neq 0$ - целое число.

Интегральные уравнения, содержащие операторы S_m, S_{-m} и их различные комбинации, при $m = 1$ встречаются во многих задачах теории обобщённых аналитических функций (И.Н. Векуа), теории квазиконформных отображений (Л. Альфорс, М. Шиффер), теории дифференциальных уравнений с частными производными (Б. Боярский, А.Д. Джураев, В.Н. Монахов) и другие. А.Д. Джураев исследовал двумерные сингулярные интегральные уравнения в пространствах $L_p(D)$, $2 < p < \infty$, при помощи редукции к краевым задачам для обобщённых аналитических функций. И.И. Комяк применил при изучении двумерных уравнений в пространствах $L^p(D)$, $1 < p < \infty$ методы теории банаховых алгебр.

Далее Р.В. Дудучава разработал L_p - теорию многомерных сингулярных интегральных уравнений на многообразиях с краем. Данная теория даёт возможность свести исследование нётеровых свойств уравнений, содержащих операторы S_m, S_{-m} и их различные комбинации, к факторизации соответствующих рациональных матриц-функций, а точнее к нахождению их частных индексов. Г. Джангибеков, К.Х. Бойматов установили критерии нётеровости двумерного сингулярного интегрального оператора в виде явных условий на коэффициенты с характеристиками одинакового порядка

Естественным образом возникает вопрос о получении явных условий на коэффициенты уравнений при характеристиках разного порядка. Диссертация М.Ч.Чоршанбиевой посвящена решению этой важной задаче теории двумерных сингулярных интегральных уравнений.

2. Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендации, сформулированных в диссертации.

Все теоремы, выводы, научные положения и рекомендации, а также полученные формулы полностью обоснованы методами комплексного и функционального анализа, включая теорию банаховых алгебр и метод факторизации операторов.

3. Достоверность и новизна полученных результатов.

Полученные результаты являются новыми и дополняют исследования А. Джураева, Р.В. Дудучавы, К.Х. Бойматова, Г. Джангибекова.

Приводим эти результаты автора :

- Построена теория Нётера для некоторых классов систем интегральных уравнений, содержащих двумерные сингулярные операторы по ограниченной области и операторы Бергмана.
- В лебеговых пространствах с весом получены эффективные необходимые и достаточные условия нётеровости для некоторых классов двумерных сингулярных интегральных операторов с чётной характеристикой разного порядка по ограниченной области.
- Найдены формулы для подсчёта индекса.

4. Теоретическая и практическая значимость полученных результатов.

Основные результаты носят теоретический характер и имеют важное значение для дальнейшего развития теории двумерных сингулярных интегральных уравнений. Они могут быть использованы специалистами по теории интегральных уравнений и функциональному анализу.

5. Оценка содержания диссертации, её завершенность.

Работа состоит из введения и шести разделов. Раздел 1 носит вспомогательный характер. В нём даются описание используемых в работе функциональных пространства, основные понятия и факты теории нётеровых операторов в банаховом пространстве.

В разделах 2-4 в пространстве $L^p_{\beta-2/p}(D)$:

$$L^p_{\beta-2/p}(D) = \{f(z) : |z|^{\beta-2/p} f(z) = F(z) \in L^p(D), \|f\|_{L^p_{\beta-2/p}} = \|F\|_{L^p}\},$$

($1 < p < \infty, 0 < \beta < 2$) рассматривается следующее интегральное уравнение

$$(Af)(z) \equiv a(z)f(z) + b(z)\overline{f(z)} + c(z)(\overline{S_n f})(z) + d(z)(\overline{S_m f})(z) = g(z), \quad (2)$$

где $m > n \neq 0$ - целые числа, $a(z)$, $b(z)$, $c(z)$, $d(z)$ - непрерывные в $\overline{D} = D \cup \Gamma$ комплекснозначные функции, S_m - двумерный сингулярный интегральный оператор из (1).

В разделе 2 изучается оператор A в случае, когда $b(z) \equiv 0, n = 1$. Для этого случая установлены необходимые и достаточные условия нётеровости оператора A , достаточные условия обратимости этого оператора, а также, найдены формулы для подсчёта индекса.

В разделе 3 изучается уравнение (2) в случае $n = 1$. Здесь также установлены необходимые и достаточные условия нётеровости оператора A и найдены формулы индекса.

В разделе 4 для сингулярного интегрального уравнения (2) с разными характеристиками также установлены необходимые и достаточные условия нётеровости оператора A . Здесь же найдены формулы для подсчёта индекса.

Раздел 5 посвящён анализу четырёхкомпонентного сингулярного ин-

тегрального оператора вида:

$$(Af)(z) \equiv a(z)f(z) + b(z)\overline{f(z)} + c(z)(S_n f)(z) + d(z)(\overline{S_m f})(z) = g(z), \quad (3)$$

где $m > n \geq 1$. Здесь также установлен критерий нётеровости оператора A из (3) и найдена формула для индекса.

В разделе 6 изучается некоторый класс систем интегральных уравнений, содержащих сумму двумерных сингулярных операторов S_m и оператора Бергмана по ограниченной односвязной области D с гладкой границей Γ . Для этого существенно более сложного случая доказана теорема о признаках нётеровости соответствующего оператора и найдена формула для подсчёта индекса.

6. Достоинства и недостатки в содержании и оформлении диссертации, влияние отмеченных недостатков на качестве исследования.

Достоинством диссертации являются следующие результаты:

– Установление эффективных критериев нётеровости для различных классов двумерных сингулярных интегральных операторов с чётной характеристикой по ограниченной области и операторов Бергмана.

– Нахождение формулы для подсчёта индекса этих операторов.

В целом автореферат и диссертационная работа оформлены грамотно.

Имеется несколько замечаний:

1. Во введении на стр. 7 выражение $\overline{f(z)}$ нуждается в разъяснении. Хотя далее в основном тексте на стр. 22 такое разъяснение имеется.

2. В работе некоторые обозначения повторяются в нескольких местах. Например на стр. 10, 11 обозначения $M(z)$, $-m(z)$ повторяются.

3. Из доказательства теоремы 6.1 следует, что утверждения теоремы имеет место также в весовом пространстве $L^p_{\beta-\frac{2}{p}}(D)$. Но в тексте об этом не говорится. Можно было это отметить в виде замечания 5, что не сделано.

Отметим, что указанные замечания не влияют на общую положительную оценку работы.

7. Соответствие автореферата основному содержанию диссертации.

Автореферат соответствует требованиям ВАК МОН РФ полно и правильно отражает основные положения диссертационной работы.

8. Соответствие диссертации и автореферата требованиям ГОСТ.

Оформление структурных элементов диссертации и автореферата соответствует требованиям ГОСТ Р7.0.11-2011. В списке литературы библиографические записи соответствуют требованиям ГОСТ в полной мере.

9. Заключение о соответствии диссертации критериям установленным в «Положение о присуждении учёных степеней» по пунктам 10,11, и 14:

Диссертация Чоршанбиевой М.Ч. соответствует всем критериям, установленным в «Положении о порядке присуждения учёных степеней» по пунктам 10, 11 и 14:

(п.10): Диссертация написана автором самостоятельно, обладает внутренним единством содержит новые научные результаты и положения в теории сингулярных интегральных уравнений, выдвигаемых для публичной защиты, и свидетельствуют о личном вкладе автора диссертации в теорию сингулярных интегральных уравнений. Полученные автором результаты могут быть использованы при решении достаточно широкого класса сингулярных интегральных уравнений.

(п.11): Основные научные результаты опубликованы в 8 научных работах, в том числе в четырех изданиях из перечня ВАК России.

(п.14): Необходимые ссылки на авторов и источники заимствования материалов в диссертации имеются.

Диссертация Чоршанбиевой Майрам Чоршанбиевны на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук является научно-квалификационной работой, в которой содержатся решения задач, имеющих существенное значение для теории сингулярных интегральных уравнений, и полностью соответствует требованиям п.9 Положения о порядке присуждения учёных степеней, а её автор заслуживает присуждения ей учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01–Вещественный, ком-

плексный и функциональный анализ.

Отзыв подготовил кандидат физико-математических наук, по специальности 01.01.01– Вещественный, комплексный и функциональный анализ, заведующий кафедрой высшей математики и естественно-научных дисциплин Д.С. Сангмамадов.

Отзыв обсуждён и утверждён на заседании кафедры высшей математики и естественно-научных дисциплин Таджикского государственного университета коммерции (протокол №06 от 20.02.2017 г.).

**Заведующий кафедрой
высшей математики
и естественно - научных дисциплин
кандидат физико-
математических наук**

Сангмамадов Д.С.

Адрес:

Таджикский государственный университет коммерции,
374055, Республика Таджикистан, г.Душанбе, ул.Дехоти 1/2

Сайт: www.tguk.tj; e-mail: tguk@mail.ru

Телефон: (+99237) 234-83-46

**Подпись Сангмамадова Д.С. заверяю
Начальник ОК**



Мумтоз Назири