

О Т З Ы В

официального оппонента на диссертацию Файзмамадовой Лолазор Гадомамадовны «Оптимальные квадратурные формулы приближённого вычисления криволинейных интегралов для некоторых классов функций и кривых», представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ

1. Актуальность избранной темы

В диссертационной работе изучается экстремальная задача нахождения наилучших (оптимальных) квадратурных формул приближённого вычисления криволинейных интегралов для различных классов функций и классов кривых. Необходимо отметить, что сформулированная экстремальная задача отыскания оптимальных квадратурных формул вычисления криволинейных интегралов намного сложнее по сравнению с аналогичной задачей для регулярных определённых интегралов, поскольку здесь, кроме минимизации погрешности по заданным классам функций, требуется ещё минимизация погрешности по заданным классам кривых. В этом направлении исследований можно указать небольшое количество работ, где найдены оптимальные квадратурные формулы на классах функций и кривых. Из недавних публикаций по этой тематике отметим работы:

1. К. Тухлиев. *Оптимальные квадратурные формулы приближённого вычисления криволинейного интеграла первого рода для некоторых классов функций и кривых // Моделирование и анализ информационных систем. 2013. Т.20. №3. С.121-129.*

2. М.Ш. Шабозов. *О наилучших квадратурных формулах для вычисления криволинейных интегралов на некоторых классах функций и кривых // Математические заметки. 2014. Т.96. Выпуск 4. С.637-640.*

Следует отметить, что для криволинейных интегралов задача отыскания наилучших квадратурных формул находится на стадии разработки.

Диссертационная работа Л.Г. Файзмамадовой посвящена отысканию наилучших квадратурных формул вычисления криволинейных интегралов первого рода для некоторых классов функций и кривых малой гладкости. В диссертации также рассматриваются аналогичные задачи для весовых криволинейных интегралов на классах функций ограниченной вариации и классов функций, градиенты которых мажорируются заданным модулем непрерывности.

Диссертационная работа Л.Г. Файзмамадовой, несомненно, относится к важному и актуальному направлению численного интегрирования и теории приближений функций.

2. Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации

Все утверждения теорем, лемм, следствий, научные положения, выводы и рекомендации, сформулированные в диссертации, а также полученные автором формулы полностью обоснованы.

3. Достоверность и новизна полученных результатов

Полученные в диссертационной работе результаты достоверны, являются новыми, дополняют и развивают исследования Ф.М. Мирпочоева, Д.С. Сангмамадова, М.Ш. Шабозова и К. Тухлиева, основные публикации которых по теме диссертации приведены автором в списке литературы. Важным является тот факт, что найденные оптимальные квадратурные формулы приближённого вычисления криволинейных интегралов являются оптимальными как на рассматриваемых классах функций, так и для заданных классов кривых, что несколько отличается от известной схемы доказательства оптимальности в смысле С.М. Никольского.

4. Теоретическая и практическая значимость полученных автором результатов

Основные результаты диссертации имеют существенное значение для развития современной прикладной математики и могут быть использованы специалистами, работающими в Математическом институте им. В.А.Стеклова РАН, в Институте математики и механики им. Н.Н.Красовского УрО РАН, в Институте математики им. А. Джуроева АН Республики Таджикистан, в Московском, Новосибирском, Екатеринбургском, Казанском, Хорогском госуниверситетах и других институтах.

5. Оценка содержания диссертации, её завершённость

Диссертация Л.Г. Файзмамадовой объёмом 86 страниц состоит из введения, двух глав и списка цитированной литературы из 35 наименований.

Во введении приведены применяемые обозначения, формулируется общая постановка экстремальной задачи отыскания оптимальных квадратурных формул для криволинейных интегралов, обосновывается актуальность темы диссертации и излагаются основные полученные автором результаты.

При оценке содержания диссертационной работы воспользуемся обозначениями, принятые автором в работе.

В §1.1 даны основные определения, предварительные факты, определение классов функций, рассматриваемых в дальнейшем.

В §1.2 для произвольной функции $f \in W_{0,p}^{(1)}(\mathcal{K}; Q)$ ($1 \leq p \leq \infty$) доказывается аналог формулы Тейлора как сложной функций одной переменной $f(x(s), y(s))$ формулу Тейлора с остаточным членом в интегральной форме Коши. Полученная формула является основным инструментом для доказа-

тельства основных результатов в последующих параграфах. В этом параграфе также найдены наилучшие квадратурные формулы вычисления криволинейных интегралов первого типа для классов функций $W_{0,2}^{(1)}(\mathcal{K}; Q)$ и кривых $\mathfrak{N}_Q(L)$ как в смысле С.М. Никольского, так и в смысле А. Сарда (теорема 1.2.1 и её обобщение).

В §1.3 найдены наилучшие квадратурные формулы для классов функций $W_{0,p}^{(1)}(\mathcal{K}; Q)$ ($1 \leq p \leq \infty$) и кривых $\mathfrak{N}_Q(L)$ (теорема 1.3.1, в случае $p = 1$ теорема 1.3.1 ранее была доказана С.Б. Вакарчуком).

В §1.4 рассматривается задача отыскания наилучших квадратурных формул с весом для приближённого интегрирования криволинейных интегралов первого рода для классов функций с ограниченной вариацией и кривых $\mathfrak{N}_Q(L)$ (теорема 1.4.1). Здесь доказан аналогичный результат для весовых квадратурных формул типа Маркова (теорема 1.4.2).

Вторая глава посвящена отысканию наилучших квадратурных формул для классов функций $W_p^{(2)}(\mathcal{K}; Q)$, $1 \leq p \leq \infty$, $W_{0,p}^{(2)}(\mathcal{K}; Q)$, $1 \leq p \leq \infty$, $W_{\nabla}^{(1)}H^\omega[0, L]$ и кривых $\mathfrak{N}_Q(L)$.

В §2.1 этой главы рассматривается вопрос отыскания наилучших квадратурных формул приближённого вычисления для классов функций с ограниченной в пространстве L_p нормой второго градиента

$$\left\| \nabla^2 f(x(\cdot), y(\cdot)) \right\|_{L_p} \leq \mathcal{K}, \quad 1 \leq p \leq \infty$$

вдоль произвольной кривой $\Gamma \subset \mathfrak{N}_Q(L)$, длина которой равна L .

Во §2.2 второй главы рассматривается аналогичная задача для класса функций $W_{\nabla}^{(1)}H^\omega[0, L]$, у которых градиент $\nabla f(x(s), y(s))$ для любых двух точек $s', s'' \in [0, L]$ удовлетворяет условию

$$\left| \nabla f(x(s''), y(s'')) - \nabla f(x(s'), y(s')) \right| \leq \omega(|s'' - s'|),$$

где $\omega(t)$ — произвольный заданный модуль непрерывности на отрезке $[0, L]$.

Диссертационная работа Л.Г. Файзмамадовой является самостоятельной, завершённой научной квалификационной работой.

6. Достоинства и недостатки в содержании и оформлении диссертации, влияние отмеченных недостатков на качество исследования

К достоинству диссертации можно отнести следующие полученные в ней основные результаты:

1. Найдены наилучшие квадратурные формулы приближённого вычисления криволинейных интегралов в смысле С.М. Никольского и А. Сарда для некоторых классов функций малой гладкости и кривых из $\mathfrak{N}_Q(L)$.

2. Найдены наилучшие квадратурные формулы вычисления криволинейных интегралов для классов функций с ограниченным по норме пространства $L_p[0, L]$ ($1 \leq p \leq \infty$) градиентом и класса кривых $\mathfrak{N}_Q(L)$.
3. Найдены наилучшие весовые квадратурные формулы вычисления криволинейных интегралов для классов функций с конечным изменением.
4. Найдены наилучшие квадратурные формулы приближённого вычисления криволинейных интегралов для классов функций, у которых норма $\|\nabla^2 f\|_{L_p} \leq \mathcal{K}$ ($1 \leq p \leq \infty$), и кривых $\mathfrak{N}_Q(L)$.
5. Получены асимптотически точные оценки погрешности усложнённых классических квадратурных формул приближённого вычисления криволинейных интегралов для классов функций, у которых $\nabla f \in H^\omega[0, L]$ и кривых $\mathfrak{N}_Q(L)$.

В целом автореферат и диссертационная работа оформлены хорошо, однако имеется ряд замечаний. Вот некоторые из них:

1. Во введении отмечается, что первая оптимальная квадратура для приближённого вычисления криволинейных интегралов была найдена С.Б. Вакарчуком. Следовало бы привести результат С.Б. Вакарчука с целью сравнения с результатами, полученными автором диссертации.
2. Имеются чисто технические неточности в формулах и незначительное количество орфографических ошибок (см., например, стр. 6, 17, 28, 48). Отмеченные недостатки легко устранимы и не снижают общую высокую оценку диссертационной работы.

7. Соответствие автореферата основному содержанию диссертации

Автореферат соответствует требованиям ВАК МОН РФ, полно и правильно отражает основные положения диссертационной работы.

8. Соответствие диссертации и автореферата требованиям ГОСТ Р 7.0.11-2011

Оформление структурных элементов диссертации и автореферата соответствует требованиям ГОСТ Р 7.0.11.-2011. В списке литературы библиографические записи соответствуют требованиям ГОСТ в полной мере.

9. Заключение о соответствии диссертации критериям, установленным «Положением о присуждении учёных степеней» по пунктам 10, 11 и 14

Диссертация Л.Г. Файзмамадовой соответствует критериям, установленным «Положением о присуждении учёных степеней» по пунктам 10, 11 и 14.

(П.10): Диссертация написана автором самостоятельно, обладает внутренним единством, содержит новые научные результаты и положения в теории приближённого вычисления интегралов, выдвигаемые для публичной защиты, и свидетельствует о личном вкладе автора диссертации в теорию приближения функций. Полученные автором результаты могут быть использованы при приближённом вычислении поверхностных интегралов.

(П.11): Основные научные результаты диссертации опубликованы в 8 научных работах, четыре из которых входят в перечень ВАК МОН РФ.

(П.14): Необходимые ссылки на авторов и источники заимствования материалов в диссертации имеются.

Диссертационная работа Файзмамадовой Лолазор Гадомамадовны «Оптимальные квадратурные формулы приближённого вычисления криволинейных интегралов для некоторых классов функций и кривых» на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук является научно-квалификационной работой, в которой содержатся решения задач, имеющих существенное значение для теории приближённого вычисления интегралов, и полностью соответствует требованиям П.9 Положения о присуждения учёных степеней, а её автор заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Официальный оппонент
кандидат физико-математических наук,
по специальности 01.01.01 – Вещественный,
комплексный и функциональный анализ,
заведующая кафедрой прикладной
информатики в экономике
Финансово-экономического
института Таджикистана



Темурбекова
София Давронбековна
09.06.2017

Адрес: 734067, г. Душанбе,
ул. улица Нахимова, 64/14.
Веб-сайт: <http://feit.tj>
E-mail: feit-2012@mail.ru
Тел.: (+992-372) 227-30-75

Подпись С.Д. Темурбековой заверяю.

Начальник ОК ФЭИТ



Г.А. Сафарова