

«УТВЕРЖДАЮ»

Ректор Таджикского национального  
университета, академик АН РТ

 М.С. Имомзода

24 » мая 2017 г.

## О Т З Ы В

### ведущей организации на диссертационную работу Файзмамадовой Лолазор Гадомамадовны

на тему «Оптимальные квадратурные формулы приближённого вычисления криволинейных интегралов для некоторых классов функций и кривых», представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ

#### 1. Актуальность избранной темы

При решении определенного круга прикладных задач, связанных с механикой деформируемого твердого тела, механикой жидкости и газа, механикой грунтов и т.д., возникает необходимость вычисления интегралов от функции, определённых вдоль кривых и поверхностей.

При этом указанные кривые и поверхности имеют сложный аналитический вид и возникает необходимость их математического представления более простыми функциями. Параллельно возникает необходимость в приближенном вычислении интегралов по указанным кривым и поверхностям. Поскольку многообразие методов приближенного интегрирования обширно, то возникает задача отыскания наилучшего метода приближенного интегрирования. Таким образом, существует экстремальная проблема, связанная с отысканием наилучшего метода приближенного интегрирования согласно выбранному критерию оптимальности.

Поэтому рассмотренные в диссертационной работе Л.Г. Файзмамадовой задачи, связанные с отысканием оптимальных квадратурных формул приближен-

ного вычисления криволинейных интегралов первого типа для некоторых классов функций и кривых, являются несомненно, актуальными.

## **2. Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации**

Все утверждения теорем, научные положения, выводы и рекомендации, сформулированные в диссертации, а также полученные автором формулы и неравенства полностью обоснованы.

## **3. Достоверность и новизна полученных результатов**

Полученные в диссертации результаты достоверны, являются новыми и существенно дополняют исследования С.Б. Вакарчука, М.Ш. Шабозова, Ф.В. Мирпочоева и Д.С. Сангмамадова, основные публикации которых по теме диссертации приведены автором в списке литературы.

При получении оценки снизу оптимальных квадратурных формул приближенного вычисления криволинейных интегралов первого типа на заданных классах функций и кривых применяется хорошо известный метод Н.П. Корнейчука, который при любом вектор-коэффициенте обращает в нуль квадратурную сумму на соответствующих подклассах функций и кривых.

В диссертации получены следующие основные результаты:

1. Найдены наилучшие квадратурные формулы приближенного вычисления криволинейных интегралов первого типа для классов функций с ограниченным по норме пространства  $L_p[0, L]$  градиентом  $\|\nabla f\|_{L_p} \leq \mathcal{K}$  ( $1 \leq p \leq \infty$ ) и классом кривых  $\mathfrak{N}_Q(L)$ .
2. Найдены наилучшие весовые квадратурные формулы вычисления криволинейных интегралов первого типа для классов функций с ограниченными вариациями.
3. Найдены наилучшие квадратурные формулы приближенного вычисления криволинейных интегралов первого типа для классов функций, удовлетворяющих условию  $\|\nabla^2 f\|_{L_p} \leq \mathcal{K}$  ( $1 \leq p \leq \infty$ ) и класса кривых  $\mathfrak{N}_Q(L)$ .
4. Получены асимптотически точные оценки погрешности усложнённых квадратурных формул приближенного вычисления криволинейных интегралов первого типа для классов функций, у которых градиент  $\nabla f \in H^\omega[0, L]$ , и класса кривых  $\mathfrak{N}_Q(L)$ .

#### **4. Теоретическая и практическая значимость полученных автором результатов**

Основные результаты диссертации носят теоретический характер и имеют важное значение для дальнейшего развития теории приближения функций. Они могут быть использованы в научных институтах и организациях, занимающихся проблемами теории приближения функций, в том числе в Математическом институте им. В.А.Стеклова РАН, Институте математики им. С.Л.Соболева СО РАН, Институте математики и механики им. Н.Н.Красовского УрО РАН, Институте математики им. А.Джураева АН Республики Таджикистан, в учебном процессе при чтении спецкурсов в МГУ им. М.В.Ломоносова, Уральском федеральном университете им. первого Президента России Б.Н.Ельцина, Таджикском национальном университете, Хорогском государственном университете им. М.Назаршоева и других вузах.

#### **5. Оценка содержания диссертации, её завершённость**

Диссертация Л.Г.Файзмамадовой объёмом 86 страниц состоит из введения, двух глав и списка цитированной литературы из 35 наименований.

Во введении обосновывается актуальность темы диссертации и излагаются основные результаты, полученные автором.

В первом параграфе первой главы излагаются постановка задачи и необходимые факты, нужные для дальнейшего.

Во втором параграфе первой главы рассмотрены вопросы построения квадратурных формул для приближенного вычисления криволинейных интегралов первого рода, наилучших в смысле А.Сарда и С.М.Никольского для классов функций малой гладкости, удовлетворяющих условию  $\|\nabla f\|_{L_2} \leq 1$  вдоль всех кривых класса  $\mathfrak{N}_Q(L)$ .

В третьем параграфе этой же главы найдены оптимальная квадратурная формула вычисления криволинейных интегралов на классах функций  $W_{0,p}^{(1)}(\mathcal{K}, Q)$  и кривых  $\mathfrak{N}_Q(L)$  (теорема 1.3.1) и найдена минимальная оценка погрешности оптимальных формул на указанных классах функций и кривых.

В завершающем четвёртом параграфе этой главы найдены наилучшие весовые квадратурные формулы приближенного вычисления криволинейных интегралов на классах функций с ограниченными вариациями на всех кривых класса  $\mathfrak{N}_Q(L)$  (теорема 1.4.1). Для конкретных весовых функций найден яв-

ный вид наилучших узлов и коэффициентов, а также вычислены погрешности наилучшей формулы на указанных классах функций и кривых. Аналогичная задача решена для квадратурных формул типа Маркова (теорема 1.4.2).

Во второй главе диссертации исследованы вопросы отыскания наилучших квадратурных формул приближенного вычисления криволинейных интегралов более гладких классов функций, а именно в первом параграфе второй главы найдены наилучшие квадратурные формулы для классов функций, удовлетворяющих условию  $\|\nabla^2 f\|_{L_p} \leq \mathcal{K}$ ,  $1 \leq p \leq \infty$  вдоль кривой  $\Gamma \subset \mathfrak{N}_Q(L)$  (теорема 2.1.1, следствия 2.1.1-2.1.3, теорема 2.1.2, следствия 2.1.4-2.1.6). Особо следует отметить ряд конкретных оптимальных квадратурных формул, вытекающих из теорем 2.1.1 и 2.1.2, где продуктивно использованы идеи С.М. Никольского и Н.П. Корнейчука о минимизации кусочно-полиномиальных функций в метрике  $L_p[0, L]$  ( $1 \leq p \leq \infty$ ).

Во втором параграфе второй главы найдены асимптотически точные оценки погрешности усложнённых квадратурных формул вычисления криволинейных интегралов на классах функций  $W_{\nabla}^{(1)} H^\omega[0, L]$  и кривых  $\mathfrak{N}_Q(L)$  (теорема 2.2.1).

В целом диссертационная работа Л.Г. Файзмамадовой является самостоятельной, завершённой научной квалификационной работой.

## **6. Достоинства и недостатки в содержании и оформлении диссертации, влияние отмеченных недостатков на качество исследования**

К достоинству диссертации можно отнести полученные в ней основные результаты, перечисленные в пункте 3.

Автореферат и диссертационная работа оформлены хорошо, однако имеется ряд замечаний:

1. Во введении и во всей диссертации при формулировке основных результатов, наравне с различными классами функций, всегда отмечается класс кривых  $\mathfrak{N}_Q(L)$ . По нашему мнению, было бы удобно в самом начале диссертации один раз отметить, что все результаты, наравне с рассматриваемым классом функций, верны для класса кривых  $\mathfrak{N}_Q(L)$ .
2. При наборе математического текста в диссертации имеется ряд описок (см., например, стр. 39 (7 строка снизу), стр.44 (5 строка снизу), стр.46 (2 строка снизу)).

Указанные замечания не являются существенными и не влияют на значимость результатов.

#### **7. Соответствие автореферата основному содержанию диссертации**

Автореферат соответствует требованиям ВАК МОН РФ, полно и правильно отражает основные положения диссертационной работы.

#### **8. Соответствие диссертации и автореферата требованиям ГОСТ Р 7.0.11-2011**

Оформление структурных элементов диссертации и автореферата соответствует требованиям ГОСТ Р 7.0.11.-2011. В списке литературы библиографические записи соответствуют требованиям ГОСТ в полной мере.

#### **9. Заключение о соответствии диссертации критериям, установленным "Положением о присуждении учёных степеней" по пунктам 10, 11 и 14**

Диссертация Л.Г. Файзмамадовой соответствует критериям, установленным «Положением о присуждении учёных степеней» по пунктам 10, 11 и 14.

(П.10): Диссертация написана автором самостоятельно, обладает внутренним единством, содержит новые научные результаты и положения в теории аппроксимации функций, выдвигаемые для публичной защиты, и свидетельствует о личном вкладе автора диссертации в теорию приближения функций. Полученные автором результаты могут быть использованы при решении разного рода экстремальных задач теории приближения функций.

(П.11): Основные научные результаты диссертации опубликованы в 8 научных работах, 4 из которых входят в перечень ВАК МОН РФ.

(П.14): Необходимые ссылки на авторов и источники заимствования материалов в диссертации имеются.

Диссертационная работа Файзмамадовой Лолазор Гадомамадовны на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук является научно-квалификационной работой, в которой содержатся решения задач, имеющих существенное значение для теории приближения функций, и полностью соответствует требованиям П.9 Положения о присуждении учёных степеней, а её автор заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических

наук по специальности 01.01.01 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Профессор кафедры математического анализа  
и теории функций, доктор физико-математических  
наук по специальности 01.01.01 – Вещественный,  
комплексный и функциональный анализ

Г.А. Юсупов

Отзыв заслушан и утверждён на заседании кафедры математического анализа и теории функций механико-математического факультета Таджикского национального университета (протокол №11 от 24 мая 2017 года).

Заведующий кафедрой математического  
анализа и теории функций, кандидат  
физико-математических наук, доцент

Г.М. Кадыров

Адрес:

Таджикский национальный университет.

735025, Таджикистан, г. Душанбе, проспект Рудаки, 17.

Сайт: [www.tnu.tj](http://www.tnu.tj); E-mail: [tgnu@mail.tj](mailto:tgnu@mail.tj); [tnu.int.re@gmail.com](mailto:tnu.int.re@gmail.com)

Тел. рабочий: (992-372) 21-77-11; Тел. моб. (+992) 93-500-22-14

Подпись Г.М. Кадырова подтверждает

Начальник ОК ТНУ



Э. Тавкиев