

О Т З Ы В

официального оппонента на диссертацию Хоразмшоева Саидджобира Саиднасиллоевича "О наилучшем приближении и значении поперечников классов периодических дифференцируемых функций", представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ

1. Актуальность избранной темы

Диссертационная работа Хоразмшоева С.С. посвящена ряду важных экстремальных задач теории приближения периодических функций тригонометрическими полиномами в пространстве $L_2 := L_2[0, 2\pi]$. А именно диссертация посвящена изучению точных неравенств Джексона-Стечкина как в терминах усредненных обобщенных модулей непрерывности высших порядков, так и в терминах усредненных значений классических модулей непрерывности произвольного порядка, а также отысканию точных значений n -поперечников по Бернштейну, Колмогорову, Гельфанду, линейных и проекционных различных классов функций, задаваемых мажорантами модулей непрерывности как самих функций, так и их производных заданного натурального порядка.

В этом направлении существенные результаты получены в работах Н.И.Черных, Л.В.Тайкова, А.А.Лигуна, В.В.Арестова, В.И.Ивапова, В.Ю.Попова, А.Г.Бабенко, Н.Айнуллоева, Х.Юссефа, С.Б.Вакарчука, Б.В.Горбачева, М.Ш.Шабозова, С.Н.Васильева, А.И.Козко, А.В.Рождественского и других математиков. Несмотря на ряд важных результатов, полученных в этом направлении исследований, указанная тематика продолжает оставаться актуальной в теории приближения функций, так как появившиеся в результате решения экстремальных задач новые методы весьма плодотворно используются при решении различных прикладных задач, например в задачах, связанные с восстановлением и кодированием функций и функционалов.

2. Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации

Все утверждения теорем, научные положения, выводы и рекомендации, сформулированные в диссертации, а также полученные автором формулы и неравенства полностью обоснованы.

3. Достоверность и новизна полученных результатов

Полученные в диссертации результаты достоверны, являются новыми и существенно дополняют исследования многих ученых, основные публикации которых по теме диссертации приведены автором в списке литературы. При получении точных значений n -поперечников используется хорошо известный метод В.М.Тихомирова об оценке снизу n -поперечников.

4. Теоретическая и практическая значимость полученных автором результатов

Результаты диссертационной работы носят теоретический характер и имеют важное значение для дальнейшего развития теории аппроксимации функций. Указанные результаты могут быть использованы в организациях, научных институтах занимающихся проблемами теории приближения функций, в частности в Математическом институте им. В.А.Стеклова РАН, Институте математики им. С.Л.Соболева СО РАН, Институте математики и механики им. Н.Н.Красовского УрО РАН, Институте математики им. А.Джураева АН Республики Таджикистан, в учебном процессе при чтении спецкурсов в Таджикском национальном университете, Хорогском государственном университете им. М.Назаршоева и других вузах.

5. Оценка содержания диссертации, её завершённости

Диссертация С.С.Хоразмшоева объемом 78 страниц состоит из введения, двух глав и списка цитированной литературы из 65 наименований.

В первой главе диссертации найден ряд точных неравенств типа Джексона – Стечкина в терминах усредненных модулей непрерывности $\omega_m^p(f^{(r)}, t)$ и $\Omega_m(f^{(r)}, t)$ (теоремы 1.2.1, 1.3.1, 1.4.1), а именно получены неравенства (с точными константами $\mathcal{K}_1, \mathcal{K}_2, \mathcal{K}_3$) следующих видов:

$$E_n(f) \leq \mathcal{K}_1 \left\{ 2^{-m/2} n^{-r} \left(\frac{2}{h^2} \int_0^h t \Omega_m^{2/m}(f^{(r)}; t) dt \right)^{m/2} \right\},$$

где $m, n \in \mathbb{N}$, $r \in \mathbb{Z}_+$, $h \in (0, \pi/n]$;

$$E_n(f) \leq \mathcal{K}_2 \left\{ 2^{-m/2} n^{-r} \left(\frac{2}{h^2} \int_0^h t \Omega_m^p(f^{(r)}; t) dt \right)^{1/p} \right\},$$

где $m, n \in \mathbb{N}$, $r \in \mathbb{Z}_+$, $p \in (0, 2)$, $h \in (0, \pi/n]$;

$$E_n(f) \leq \mathcal{K}_3 \left\{ 2^{-m-1/p} \cdot n^{-r+1/p} \left(\int_0^h \omega_m^p(f^{(r)}, t) (\varphi_n(t))^\nu dt \right)^{-1/p} \right\},$$

где $m, n, r \in \mathbb{N}$, $h \in (0, \pi/n]$, $0 < \nu < rp - 1$, $1/r < p \leq 2$.

Во второй главе в первом параграфе диссертации приведены необходимые понятия и определения, а также введены следующие классы функций:

$$W_m^{(r)}(h) = \left\{ f \in L_2^{(r)} : \frac{2}{h^2} \int_0^h t \Omega_m^{2/m}(f^{(r)}, t) dt \leq 1 \right\};$$

$$W_m^{(r)}(\Phi, h) = \left\{ f \in L_2^{(r)} : \frac{2}{h^2} \int_0^h t \Omega_m^{2/m}(f^{(r)}, t) dt \leq \Phi(h) \right\};$$

$$W_{m,p}^{(r)}(h) = \left\{ f \in L_2^{(r)} : \frac{2}{h^2} \int_0^h t \Omega_m^p(f^{(r)}, t) dt \leq 1 \right\};$$

$$W_{m,p}^{(r)}(\Phi, h) = \left\{ f \in L_2^{(r)} : \frac{2}{h^2} \int_0^h t \Omega_m^p(f^{(r)}, t) dt \leq \Phi^p(h) \right\};$$

$$\mathcal{F}_{m,p}^{(r)}(h) = \left\{ f \in L_2^{(r)} : \int_0^h \omega_m^p(f^{(r)}, t) (\varphi_n(t))^\nu dt \leq 1, \quad \varphi_n(t) = \sin \frac{nt}{2} + \frac{1}{2} \sin nt \right\};$$

$$\mathcal{F}_{m,p}^{(r)}(\Phi, h) = \left\{ f \in L_2^{(r)} : \int_0^h \omega_m^p(f^{(r)}, t) (\varphi_n(t))^\nu dt \leq \Phi^p(h) \right\}.$$

Здесь $L_2^{(r)}$ ($r \in \mathbb{Z}_+$, $L_2^{(0)} = L_2$) обозначает множество функций $f \in L_2$, у которых производные $(r-1)$ -го порядка $f^{(r-1)}$ абсолютно непрерывны, а $f^{(r)} \in L_2$, $\Phi(t)$ – монотонно возрастающие непрерывные функции при $t \rightarrow 0$, $\Phi(0) = 0$.

В последующих параграфах 2-4 второй главы (теоремы 2.2.1, 2.2.2, 2.3.1, 2.3.2, 2.4.1, 2.4.2) найдены точные значения n -поперечников по Бернштейну, Колмогорову, Гельфанду, а также значения линейных и проекционных поперечников вышеприведенных классов функций.

Диссертационная работа С.С.Хоразмшоева является самостоятельной, завершённой научной квалификационной работой.

6. Достоинства и недостатки в содержании и оформлении диссертации, влияние отмеченных недостатков на качество исследования

К достоинству диссертации можно отнести следующие полученные в ней основные результаты:

1. Доказаны новые точные неравенства типа Джексона – Стечкина, связывающие наилучшие приближения дифференцируемых периодических функций тригонометрическими полиномами с интегралами, содержащими усреднённые с положительным весом как обычные, так и обобщённые модули непрерывности m -го порядка.
2. Вычислены точные значения различных n -поперечников классов функций, определяемых обычными и обобщёнными модулями непрерывности высших порядков r -тых производных функций.

В целом автореферат и диссертационная работа оформлены хорошо. Имеется ряд замечания:

1. На стр. 25, 1-я строка сверху ссылке на величину "(1.2.2)" надо заменить на "(1.2.1)".

2. В формулировке теоремы 1.4.1 как в диссертации, так и автореферате в ограничении на число h знак " \leq " надо заменить на " $<$ ".

Указанные замечания являются несущественными и не влияют на общую высокую оценку диссертационной работы.

7. Соответствие автореферата основному содержанию диссертации

Автореферат соответствует требованиям ВАК МОН РФ, полно и правильно отражает основные положения диссертационной работы.

8. Соответствие диссертации и автореферата требованиям ГОСТ Р 7.0.11-2011

Оформление структурных элементов диссертации и автореферата соответствует требованиям ГОСТ Р 7.0.11.-2011. В списке литературы библиографические записи соответствуют требованиям ГОСТ в полной мере.

9. Заключение о соответствии диссертации критериям, установленным "Положением о присуждении учёных степеней" по пунктам 10, 11 и 14

Диссертация Хоразмшоева С.С. соответствует критериям, установленным "Положением о присуждении учёных степеней" по пунктам 10, 11 и 14.

(П.10): Диссертация написана автором самостоятельно, обладает внутренним единством, содержит новые научные результаты и положения в теории аппроксимации функций, выдвигаемые для публичной защиты, и свидетельствует о личном вкладе автора диссертации в теорию приближения функций. Полученные автором результаты могут быть использованы при решении аналогичных экстремальных задач в других банаховых пространствах.

(П.11): Основные научные результаты диссертации опубликованы в 9 научных работах, 3 из которых входят в перечень ВАК МОН РФ.

(П.14): Необходимые ссылки на авторов и источники заимствования материалов в диссертации имеются.

Диссертация Хоразмшоева Саидджобира Саиднасиллоевича на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук является завершённой научно-квалификационной работой, в которой содержатся решения задач, имеющих существенное значение для теории

приближения функций, и полностью соответствует требованиям П.9 Положения о присуждении учёных степеней, а её автор заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Официальный оппонент —
кандидат физико-математических наук
по специальности 01.01.01 – Вещественный,
комплексный и функциональный анализ,
доцент кафедры функционального анализа
и дифференциальных уравнений ТНУ

М.С. Саидусайнов
14.06.2017

Место работы: 734025, Таджикистан,
г. Душанбе, пр. Рудаки, 17,
Таджикский национальный университет.
Тел.: (+992) 93 526-00-83; E-mail: smuqim@gmail.com

Подпись М.С. Саидусайнова удостоверяю
Начальник Ук ТНУ



Э. Тавкиев
14.06.2017