

«УТВЕРЖДАЮ»
Ректор Худжандского государственного
университета им. Б.Гафурова, профессор



Д. Джуразода

3 » июня 2017 г.

О Т З Ы В

ведущей организации на диссертационную работу Хоразмшоева Саидджобира Саиднасиллоевича

на тему «О наилучшем приближении и значении поперечников классов периодических дифференцируемых функций», представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 — Вещественный, комплексный и функциональный анализ

1. Актуальность избранной темы

Теория приближения функций — одна из центральных ветвей математического анализа интенсивно развивается на протяжении многих десятилетий. Начало этой теории было заложено в знаменитых работах П.Л. Чебышёва середины XIX-го века о наилучшем равномерном приближении алгебраическими полиномами непрерывных на конечном отрезке функций и приближении непрерывной периодической функции тригонометрическими полиномами на всей оси. Эти работы были опубликованы на 30 лет раньше, чем классическая теорема К.Ф. Вейерштрасса о приближении непрерывных функций многочленами. Современное развитие этой теории связано с работами С.Н. Бернштейна и А.Н. Колмогорова. В тридцатых годах возникла задача приближения заданного класса функций фиксированным подпространством. В связи с решением этой задачи А.Н. Колмогоров поставил экстремальную задачу отыскания конкретного подпространства, которое приближает данный класс функций наилучшим образом. Величина, характеризующая минимальную погрешность в решении этой задачи, называется n -поперечником по Колмогорову, а подпространство, которое реализует точное

решение этой задачи называется экстремальным подпространством. В шестидесятых годах XX-го столетия интерес к вычислению n -поперечников по Колмогорову резко возрос и появились другие n -поперечники: n -поперечники по Гельфанду, по Бернштейну, линейные, проекционные, тригонометрические, информационные и т.д. В решение задач отыскания точных значений n -поперечников различных классов функций существенный вклад внесли В.М. Тихомиров, Н.П. Корнейчук, Л.В. Тайков, А.А. Лигун, А. Пинкус, Ч. Миччели, Г.Г. Магарил-Ильяев, В.И. Рубан, С.Б. Вакарчук, М.Ш. Шабозов и многие другие.

Диссертационная работа является плодотворным развитием направления исследований, связанных с отысканием точной константы в неравенстве Джексона – Стечкина, наилучшими приближениями различных классов функций, вычислением различных n -поперечников классов функций, и тем самым является актуальной.

2. Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации

Все теоремы, научные положения, выводы и рекомендации, сформулированные в диссертации, а также полученные автором формулы полностью обоснованы.

3. Достоверность и новизна полученных результатов

Полученные в диссертации результаты достоверны, являются новыми и дополняют многие известные результаты, полученные в этом направлении.

В диссертационной работе Хоразмшоева Саидджобира Саиднасиллоевича в качестве характеристики гладкости функции вводится обобщённый модуль непрерывности m -го порядка $\Omega_m(f, t)$, ранее введённый К.В. Руновским и С.Б. Вакарчуком, используя который диссертантом получены точные неравенства Джексона – Стечкина, связывающие наилучшие приближения дифференцируемых 2π -периодических функций тригонометрическими полиномами с усреднёнными с весом значениями модулей непрерывности произвольного порядка, а также вычислены точные значения различных n -поперечников классов функций, определяемых как обобщёнными модулями непрерывности $\Omega_m(f, t)$, так и классическими модулями гладкости произвольного порядка $\omega_m(f, t)$ в метрике пространства $L_2[0, 2\pi]$. В частности, получено обобщение известных результатов Н.И. Черных с конкретно задан-

ным весом.

4. Теоретическая и практическая значимость полученных результатов

Основные результаты диссертационной работы имеют существенное значение для развития современной теории приближения периодических функций тригонометрическими полиномами в различных банаховых пространствах и могут быть использованы специалистами, работающими в Математическом институте им. В.А. Стеклова РАН, в Институте математики и механики им. Н.Н. Красовского УрО РАН, в Институте математики им. А. Джураева АН Республики Таджикистан, в Московском, Екатеринбургском, Худжандском, Хорогском и Кулябском госуниверситетах и других институтах.

5. Оценка содержания диссертации, её завершенность

Диссертационная работа состоит из введения, двух глав, списка литературы из 65 наименований и полностью занимает 78 страниц машинописного текста, набранного на \LaTeX . Во введении обосновывается актуальность рассматриваемых задач, формулируются цели и приводятся основные результаты работы автора. В первом параграфе первой главы приводится определение вспомогательные факты используемые далее в диссертации.

Во втором параграфе первой главы вводится в рассмотрение экстремальная аппроксимационная характеристика в виде верхней грани по функциям $f \in L_2^{(r)}$ от отношения величины наилучшего приближения на усреднённое значение модулей непрерывности $\Omega_m(f^{(r)}, t)$ с весом $2t/h^2$ ($0 < t \leq h$). Точное значение этой величины приводится в теореме 1.2.1. Из этой теоремы, в частности, в качестве следствия вытекает ранее полученные результаты С.Б. Вакарчука и М.Ш. Шабозова.

В третьем параграфе рассматривается более общая аппроксимационная характеристика, содержащая L_p -норму модуля $\Omega_m(f^{(r)}, t)$ с тем же весом $2t/h^2$ ($0 < t \leq h$). Точное значение указанной величины находится в теореме 1.3.1. Этот результат является одним из основных результатов первой главы. Из этого результата также вытекает целый ряд следствий.

В четвертом параграфе первой главы дано обобщение хорошо известного результата Н.И.Черныха (теорема 1.4.1). Из этой теоремы при $m = 1$, $p = 2$, $\nu = 1$ в качестве следствия получаем результат Х.Юссефа, а при $p = 2$, $m \in \mathbb{N}$, $\nu = 0$, $h = \pi/n$ – результат Л.В.Тайкова, при $1/r < p \leq 2$, $r \in \mathbb{N}$,

$\nu = 0$, $0 < h \leq \pi/n$ – результат М.Ш.Шабозова.

Вторая глава состоит из четырёх параграфов и в ней рассматривается задача отыскания точных значений различных n -поперечников классов 2π -периодических дифференцируемых функций в пространстве L_2 .

В первом параграфе второй главы приведены необходимые обозначения и определения n -поперечников и классов функций, естественно вытекающих из результатов параграфов 1.2 – 1.4 первой главы. Точные значения всех рассматриваемых n -поперечников классов функций находятся в теоремах 2.2.1, 2.2.3, 2.4.2 и в вытекающих из них следствиях 2.2.2 – 2.4.2. Наиболее интересными и важными являются результаты о поперечниках, изложенные в теоремах 2.2.2 и 2.4.2. При выводе точных значений n -поперечников используются результаты о наилучших приближениях из соответствующих параграфов первой главы. Заметим, что из теоремы 2.4.2 в качестве следствия при $p = 2$, $\nu = 0$, $m \in \mathbb{N}$ вытекает результат Л.В. Тайкова, а при $1/r < p \leq 2$, $\nu = 0$, $m \in \mathbb{N}$ результат М.Ш. Шабозова.

6. Достоинства и недостатки в содержании и оформлении диссертации, влияние отмеченных недостатков на качестве исследования

Достоинствами диссертации являются следующие полученные результаты:

1. Найдены новые точные неравенства типа Джексона – Стечкина, связывающие наилучшие приближения дифференцируемых периодических функций тригонометрическими полиномами с интегралами, содержащими усредненный с положительным весом обобщенный модуль непрерывности.

2. Вычислены точные значения различных n -поперечников для классов функций, определяемых обобщенными модулями непрерывности высших порядков r -тых производных функций.

В целом автореферат и диссертация оформлены хорошо, однако в них имеется ряд замечаний:

1. Имеются некоторые неточности в формулах, где пропущены индекс или степень, а также незначительное количество грамматических ошибок (см., например, стр. 43, 70, 73).

2. Следовало бы указать, что неравенство (2.3.1), в частности, при $p = 2$ ранее было доказано в работах С.Б.Вакарчука и М.Ш.Шабозова.

Отмеченные недостатки легко устранимы и не снижают высокую оценку диссертационной работы.

7. Соответствие автореферата основному содержанию диссертации

Автореферат соответствует требованиям ВАК МОН РФ, полно и правильно отражает основные положения диссертационной работы.

8. Соответствие диссертации и автореферата требования ГОСТ

Оформление структурных элементов диссертации и автореферата соответствует требованиям ГОСТ Р7.0.11-2011. В списке литературы библиографические записи соответствуют требованиям ГОСТ в полной мере.

9. Заключение о соответствии диссертации критериям, установленным «Положением о присуждении учёных степеней» по пунктам 10, 11 и 14

Диссертационная работа С.С. Хоразмшоева соответствует всем критериям, установленным «Положением о присуждении учёных степеней» по пунктам 10, 11 и 14:

(П.10): Диссертация написана автором самостоятельно, обладает внутренним единством, содержит новые научные результаты в теории приближения периодических функций, выдвигаемые для публичной защиты, и характеризует личный вклад автора диссертации в теорию приближения функций. Полученные автором результаты в дальнейшем могут быть использованы при решении аналогичных экстремальных задач в других банаховых пространствах.

(П.11): Основные научные результаты опубликованы в 9 научных работах, 3 из которых входят в перечень ВАК РФ (на момент опубликования);

(П.14): Необходимые ссылки на авторов и источники заимствования материалов в диссертации имеются.

Вышесказанное даёт основание считать, что диссертационная работа Хоразмшоева Саидджобира Саиднасиллоевича «О наилучшем приближении и значении поперечников классов периодических дифференцируемых функций» удовлетворяет всем требованиям ВАК Российской Федерации к кандидатским диссертациям, а её автор заслуживает присуждения ему учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Отзыв составил доцент кафедры алгебры и вычислительной математики ХГУ, кандидат физико-математических наук по специальности 01.01.01 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ К.Тухлиев.

Отзыв обсуждён и утверждён на заседании кафедры математического анализа математического факультета Худжандского государственного университета им. Б.Гафурова (протокол №10 от 07.06.2017 г.)

**Зав. кафедрой математического
анализа математического факультета
Худжандского государственного
университета им. Б.Гафурова,**
кандидат физ.-мат. наук



Д.А. Воситова

Адрес:

Худжандский государственный университет им. Б.Гафурова,
735700, Таджикистан, г. Худжанд, проезд Мавлонбекова, 1.

Сайт: www.hgu.tj; e-mail: hgu-rector@khujandi.com

Тел. рабочий: (8-3422) 6-52-73; Тел. моб. (+992)92-754-95-50

Подпись Д.А. Воситовой подтверждаю.

Начальник

ОК ХГУ им. Б.Гафурова



З.Н. Ашрапова