ОТЗЫВ

научного руководителя на диссертацию
Хоразмшоева Саидджобира Саиднасиллоевича
«О наилучшем приближении и значении поперечников классов периодических дифференцируемых функций», представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук, по специальности 01.01.01 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Теория аппроксимации функций алгебраическими и тригонометрическими полиномами основы которой были заложены в классических работах П.Л.Чебышёва, К.Вейерштрасса, Д.Джексона и С.Н.Бернштейна и многих других, и сегодня является одной из развивающихся областей математики. Задачи, рассматриваемые в рамках этой теории, связаны с приближением как индивидуальных функций, так и целого класса функций. Здесь возникает экстремальная задача вычисления верхних граней погрешности приближения на классах функций и отыскания значений различных поперечников.

В диссертационной работе Хоразмшоева Саидджобира Саиднасиллоевича рассматриваются экстремальные задачи вычисления точных верхних граней приближения классов периодических дифференцируемых функций и отыскания точных значений различных поперечников указанных классов функций в гильбертовом пространстве $L_2[0, 2\pi]$.

При решении конкретных экстремальных задач наилучших приближений периодических функций тригонометрическими полиномами в пространстве L_2 в последнее время используют различные модификации классического модуля непрерывности. Так, например, различные обобщённые модули непрерывности рассматривались в работах М.К.Потапова, Б.Сендова и В.Попова, В.И.Иванова и О.И.Смирнова, А.Г.Бабенко, Н.И.Черных и В.Т.Шевалдина, С.Б.Вакарчука, М.Ш.Шабозова и Г.А.Юсупова и других.

Диссертационная работа С.С.Хоразмшоева продолжает и развивает исследование указанных авторов в этом направлении.

В первой главе диссертационной работе при решении некоторых экстремальных задач вместо обычного модуля непрерывности для оценки наилучшего полиномиального приближения используется обобщённый модуль непрерывности вида

$$\Omega_m(f,t)_p = \left\{ \frac{1}{t^m} \int_0^t \cdots \int_0^t \|\Delta_{\overline{h}}^m f(\cdot)\|_{L_2}^p dh_1 \cdots dh_m \right\}^{1/p}, \ 1 \le p \le \infty,$$

где $t > 0$; $\overline{h} = (h_1, h_2, \cdots, h_m)$, $\Delta_{\overline{h}}^m = \Delta_{h_1}^1 \circ \cdots \circ \Delta_{h_m}^1$, и на его основе вводится в рассмотрение экстремальная аппроксимационная характеристика

$$\mathcal{X}_{m,n,r,p}(h) = \sup_{\substack{f \in L_2^{(r)} \\ f^{(r)} \ne const}} \frac{2^{m/2} n^r E_n(f)}{\left(\frac{2}{h^2} \int_0^h t \Omega_m^p \left(f^{(r)}; t \right) dt \right)^{1/p}},$$

где $m, n \in \mathbb{N}$, $r, p \in \mathbb{Z}_+$ и $h > 0$ – произвольное число.

Одним из основных результатов первой главы является следующая

Теорема 1.3.1. *Пусть $m, n, r \in \mathbb{N}$, $2/r < p < 2$ $(r \ge 2)$ и h – произвольное число, удовлетворяющее условию $0 < h \le \pi/n$. Тогда имеют место равенства*

$$\mathcal{X}_{m,n,r,p}(h) = \left\{ \frac{2}{h^2} \int_0^h t \left(1 - \frac{\sin nt}{nt} \right)^{mp/2} dt \right\}^{-1/p}.$$

Вторым из основных результатов первой главы является

Теорема 1.4.1. *Пусть $m, n, r \in \mathbb{N}$, $0 \le h \le \pi/n$, $0 < \nu \le rq - 1$, $1/r < q \le 2$ и $\varphi_n(t) = \sin \frac{n}{2} t + \frac{1}{2} \sin nt$. Тогда для любого $\nu \in \mathbb{N}$ справедливо равенство*

$$\sup_{\substack{f \in L_2^{(r)} \\ f^{(r)} \ne const}} \frac{2^{m+1/q}\, n^{r-1/q}\, E_n(f)}{\left\{ \int_0^h \omega_m^q \left(f^{(r)}; t \right) (\varphi_n(t))^\nu \, dt \right\}^{1/q}} = \left\{ \int_0^{nh/2} \sin^{mq+\nu} t (1 + \cos t)^\nu dt \right\}^{-1/q},$$

где $\omega_m(\varphi; t)$ – модуль непрерывности m-го порядка функции $\varphi \in L_2[0, 2\pi]$.

Из этой теоремы при $m = 1, q = 2, \nu = 1$ в качестве следствия получается результат Х.Юссефа, а при $q = 2$, $m \in \mathbb{N}$, $\nu = 0$, $h = \pi/n$ – результат Л.В.Тайкова, при $1/r < q \le 2$, $r \in \mathbb{N}$, $\nu = 0$, $0 < h \le \pi/n$ – результат М.Ш.Шабозова. Отметим также, что впервые теорема 1.4.1 при $q = 2$, $r, m \in \mathbb{N}$, $\nu = 1$, $h = \pi/n$ была доказана Н.И.Черных.

Вторая глава диссертации посвящена отысканию точных значений поперечников некоторых классов функций, которые определяются указанными в начале второй главы условиями на усреднённые значения модулей непрерывности высших порядков. Из полученных результатов, в частности, вытекают ранее известные результаты Л.В.Тайкова, Н.Айнуллоева, В.В.Шалаева, С.Б.Вакарчука, М.Ш.Шабозова.

Оценивая диссертационную работу в целом, отметим, что в ней решены актуальные экстремальные задачи теории приближения функций и получены интересные важные результаты по отысканию точных значений различных поперечников периодических дифференцируемых классов функций.

Считаю, что диссертация С.С.Хоразмшоева «О наилучшем приближении и значении поперечников классов периодических дифференцируемых функций» удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК Российской Федерации к кандидатским диссертациям, а её автор заслуживает присуждения ему учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Научный руководитель,
доктор физико-математических наук по специальности 01.01.01 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ,
доцент, главный научный сотрудник отдела теории функций
и функционального анализа Института математики им. А.Джураева
Академии наук Республики Таджикистан М. Азизов

30.01.2017 г.

Место работы: 734063, г. Душанбе, ул. Айни 299/4
Институт математики им. А.Джураева АН Республики Таджикистан
Тел.: (+992)93-508-68-97. E-mail: azizov.muz@gmail.com

Подпись М. Азизова подтверждаю.
Учений секретарь Института математики
им. А.Джураева АН Республики Таджикистан,
кандидат физ.-мат. наук, доцент И.Шокамолов