

«УТВЕРЖДАЮ»
Ректор Худжандского государственного университета им. Б.Гафурова

А.Т. Максуди

«13» декабря 2016 г.

О Т З Ы В

ведущей организации о диссертационной работе Мамадкаримовой Мухаббат Саидкаримовны

на тему «О некоторых двумерных сингулярных интегральных уравнениях, разрешимых в замкнутой форме», представленной на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ

1. Актуальность избранной темы.

Известно, что вопрос о разрешимости основных задач математической физики сводится к анализу обратимости, фредгольмовости и нётеровости многомерных сингулярных интегральных операторов и уравнений с такими операторами в соответствующих функциональных пространствах. Существенный вклад в развитие теории двумерных сингулярных интегральных операторов и уравнений с такими операторами внесли И.Н.Векуа, А.Джураев, В.С.Виноградов, И.Б.Симоненко, Л.Г.Михайлов, Б.Боярский, А. Кальдерон, А. Зигмунд, и др. Ими рассматривались классические сингулярные операторы Михлина-Кальдерона-Зигмунда, для которых методом сведения к краевым задачам для эллиптических дифференциальных уравнений, или же методом факторизации символической матрицы и построением алгебры, порождённой этими операторами, найдены условия нётеровости в функциональных пространствах $L^p(D)$, $1 < p < \infty$ и получены формулы для подсчёта индекса. Однако не получили пока полного исследования вопросы построения регуляризаторов сингулярных операторов и нахождения явных формул для решения сингулярных интегральных уравнений.

Диссертационная работа М.С. Мамадкаримовой посвящена исследованию этих вопросов для четырёхкомпонентного сингулярного оператора вида

$$A \equiv aI + bK + cS + d\bar{S}K + \nu\bar{B} + \delta BK, \quad (1)$$

где I - единичный оператор,

$$(Sf)(z) = -\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{f(\zeta) ds_\zeta}{(\zeta - z)^2}, \quad (Kf)(z) = \overline{f(z)},$$

$$(\overline{S}f)(z) = (KSKf)(z), \quad (Bf)(z) = \frac{1}{\pi} \iint_D \frac{f(\zeta)}{(1 - z\overline{\zeta})^2} ds_\zeta,$$

$$(\overline{B}f)(z) = (KBKf)(z),$$

где ds_ζ - элемент площади, D - конечная односвязная область комплексной плоскости, ограниченная простой замкнутой кривой Ляпунова Γ , первый интеграл понимается в смысле главного значения по Коши, второй интеграл имеет особенность лишь на границе Γ , понимается в смысле Лебега и обычно называется оператором Бергмана, функции a, b, c, d, ν, δ непрерывные в области D . Далее рассматриваются интегральные операторы с ядрами Бергмана, а также интегральные операторы с матричными коэффициентами.

2. Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендации, сформулированных в диссертации.

Все теоремы, научные положения, выводы и рекомендации, сформулированные в диссертации, а также полученные автором формулы полностью обоснованы.

3. Достоверность и новизна полученных результатов.

Полученные результаты являются новыми и дополняют исследования Л.Г.Михайлова, А. Джураева, Н.Н. Комяка, Н.Л. Василевского, Р.В.Дудучавы, К.Х. Бойматова, Г. Джангибекова. По сравнению с ранее опубликованными работами М.С. Мамадкаримовой удалось получить следующие результаты для двумерных сингулярных интегральных уравнений и систем таких уравнений:

- построены двухсторонние ограниченные регуляризаторы для четырёхкомпонентного сингулярного интегрального оператора по ограниченной области, а также по всей плоскости, и в случае постоянных коэффициентов в замкнутом виде найдено явное решение уравнения с такими операторами;
- построены двухсторонние ограниченные регуляризаторы для интегральных операторов с ядрами Бергмана, а в случае постоянных коэффициентов в замкнутом виде найдено явное решение уравнения с такими операторами;

- для системы сингулярных интегральных операторов по ограниченной области в лебеговых пространствах с весом построены ограниченные регуляризаторы, и в случае постоянных матриц-коэффициентов найден обратный оператор.

4. Теоретическая и практическая значимость полученных результатов.

Основные результаты диссертации носят теоретический характер и имеют важное значение для дальнейшего развития теории сингулярных интегральных уравнений. Они могут быть использованы специалистами в научно-исследовательских организациях и университетах, в том числе, в Математическом институте им. В.А.Стеклова РАН, Институте математики им. Соболева СО РАН, Московском государственном университете им. М.В.Ломоносова, Воронежском государственном университете, Южном федеральном университете, Институте математики им. А.Джураева АН РТ, Таджикском национальном университете, Худжандском государственном университете им. Б.Гафурова и других учреждениях, где ведутся подобные исследования.

5. Оценка содержания диссертации, её завершенность.

Работа состоит из введения и двух глав. Во введении обосновывается актуальность темы диссертации, формулируются основные положения диссертационной работы и излагаются основные результаты, полученные автором.

В первой главе работы изучаются некоторые классы двумерных интегральных операторов по ограниченной области D в лебеговом пространстве с весом $L_{\beta-\frac{2}{p}}^p(D)$, а также случай, когда сингулярный интеграл распространён по комплексной плоскости E . Для этих операторов посредством методов факторизации сингулярных операторов построены двухсторонние регуляризаторы указанных операторов, а в случае постоянных коэффициентов решения сингулярных уравнений построены в явном виде.

Во второй главе работы рассматриваются сингулярные операторы с матричными коэффициентами и интегральные операторы с ядром Бергмана. Для указанных операторов в лебеговых пространствах с весом построены двухсторонние регуляризаторы, а также в случае постоянных коэффициентов решения интегральных уравнений построены в явном виде.

Диссертация М.С.Мамадкаримовой является самостоятельной, завершенной научной квалификационной работой.

6. Достоинства и недостатки в содержании и оформлении диссертации, влияние отмеченных недостатков на качестве исследова-

ния.

Достоинством диссертации являются следующие полученные результаты:

- построение двухсторонних ограниченных регуляризаторов для четырёхкомпонентного сингулярного интегрального оператора по ограниченной области, а также по всей плоскости, и нахождение в замкнутом виде явного решения уравнения с такими операторами в случае постоянных коэффициентов;
- построение двухсторонних ограниченных регуляризаторов для четырёхкомпонентного интегрального оператора с ядрами Бергмана, и нахождение в замкнутом виде явного решения уравнения с такими операторами в случае постоянных коэффициентов;
- построение ограниченных регуляризаторов для системы сингулярных интегральных операторов по ограниченной области в лебеговых пространствах с весом и нахождение обратного оператора, в случае постоянных коэффициентов,

В целом диссертационная работа и автореферат достаточно хорошо оформлены но в них имеется ряд следующих опечаток:

1. В формулировке теоремы 1.2.1 вместо (2) следует писать (1.2.1).
2. В формуле (1.2.9) (стр. 33) в место $S_m qf$ нужно писать $S_m qf$.
3. В 4-й строке сверху (стр.79) вместо 165 следует писать 1165, тоже самое в автореферате 2-й строке снизу (стр.6).
4. В автореферате при формулировке теоремы 1.2.1 вместо (4) нужно писать (2).

Отметим, что указанные замечания не влияют на общую положительную оценку работы.

7. Соответствие автореферата основному содержанию диссертации.

Автореферат соответствует требованиям ВАК МОН РФ, достаточно полно и правильно отражает основные положения диссертационной работы.

8. Соответствие диссертации и автореферата требования ГОСТ.

Оформление структурных элементов диссертации и автореферата соответствует требованиям ГОСТ Р7.0.11-2011. В списке литературы библиографические записи соответствуют требованиям ГОСТ в полной мере.

9. Заключение о соответствии диссертации критериям установленным «Положения о присуждении учёных степеней» по пунктам 10,11, и 14.

Диссертация Мамадкаримовой М.С. соответствует критериям, установленным «Положением о присуждении учёных степеней» по пунктам 10,11 и 14:

(П.10): Диссертация написана автором самостоятельно, обладает внутренним единством, содержит новые научные результаты и положения в теории двумерных сингулярных интегральных уравнений, выдвигаемые для публичной защиты, и свидетельствует о личном вкладе автора в теорию интегральных уравнений. Полученные автором результаты могут быть использованы при решении разного рода задач математической физики. Полученные результаты является как развитием теории интегральных уравнений, так и расширением классов задач математической физики.

(П.11): Основные научные результаты опубликованы в 8 научных работах, 3 из которых входят в перечень ВАК МОН РФ (на момент опубликования);

(П.14): Необходимые ссылки на авторов и источники заимствования материалов в диссертации имеются.

Диссертация Мамадкаримовой Мухаббат Саидкаримовны на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук является научно-квалификационной работой, в которой содержатся решения задач, имеющих существенное значение для теории интегральных уравнений, и полностью соответствует требованиям П.9 Положения о порядке присуждения учёных степеней, а её автор заслуживает присуждения ей учёной степени кандидата физико – математических наук по специальности 01.01.01 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Отзыв подготовил кандидат физико-математических наук, по специальности 01.01.01— Вещественный, комплексный и функциональный анализ, доцент кафедры алгебры и вычислительной математики К.Тухлиев.

Отзыв обсуждён и утверждён на заседании кафедры математического анализа математического факультета Худжандского государственного университета им. Б. Гафурова (ХГУ) (протокол №5 от 12.12.2016 г.).

**Заведующий кафедрой
математического анализа**

математического факультета ХГУ,
кандидат физико-
математических наук



Д.А.Воситова

Адрес:

Худжандский государственный университет им. Б.Гафурова,
735700, Таджикистан, г. Худжанд, проезд Мавлонбекова, 1.

Сайт: www.hgu.tj; e-mail: hgu-rector@khujandi.com

Тел. рабочий: (8-3422) 6-52-73; Тел. моб. (+992)92-754-95-50

Подписи Д.А.Воситовой заверяю.

Начальник ОК ХГУ



З.Н.Ашрапова