

Отзыв научного руководителя
на диссертацию Рахимова Алишера Орзухуджаевича
«Асимптотическая формула в проблеме Эстермана четвёртой степени
с почти равными слагаемыми», представленную на соискание учёной
степени кандидата физико-математических наук по специальности
01.01.06 — Математическая логика, алгебра и теории чисел

1. Актуальность избранной темы. В диссертационной работе исследуются проблемы аналитической теории чисел. Основным предметом исследования является исследование коротких тригонометрических сумм Г. Вейля в больших дуги и вывод асимптотической формулы в проблеме Эстермана четвёртой степени с почти равными слагаемыми о представлении достаточно большого натурального числа в виде суммы трёх почти равных слагаемых, два из которых — простые числа, а третье является четвёртой степенью натурального числа.

Задачами такого типа в разное время занимались Г. Вейль, И.М. Виноградов, Хуа Логена, Ю.В. Линник, А.А. Карацуба, Р. Вон, Г.И. Архипов, В.Н. Чубариков, К.Б. Хейзелгроув, В. Статулявичус, Пань Чэндун и Пань Чэнбяо, Чжань Тао и другие.

2. Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации. Все утверждения теорем и научные положения, сформулированные в диссертации, а также полученные автором формулы и оценки, полностью обоснованы.

3. Достоверность и новизна полученных результатов. Полученные в диссертации результаты являются новыми и дополняют исследования авторов, указанных в первом пункте. Они обоснованы подробными доказательствами и заключаются в следующем:

- в больших дугах изучено поведение коротких тригонометрических сумм Г. Вейля вида

$$T(\alpha; x, y) = \sum_{x-y < m \leq x} e(\alpha m^n), \quad \alpha = \frac{a}{q} + \lambda, \quad (a, q) = 1, \quad q \leq \tau, \quad |\lambda| \leq \frac{1}{q\tau};$$

- найдена нетривиальная оценка коротких тригонометрических сумм Вейля четвёртого порядка в малых дугах;
- доказана асимптотическая формула для количества представлений достаточно большого натурального числа в виде суммы трёх почти равных слагаемых, два из которых — простые числа, а третье является четвёртой степенью натурального числа.

4. Теоретическая и практическая значимость полученных автором результатов. Основные результаты диссертации носят теоретический характер. Они могут быть использованы в научных институтах и организациях, занимающихся аналитической теорией чисел, в том числе в Математическом институте им. В.А. Стеклова РАН, Институте математики им. А. Джуроева АН РТ, в учебном процессе при чтении спецкурсов в МГУ

им. М.В. Ломоносова, в Таджикском национальном университете и в других учебных заведениях.

5. Оценка содержания диссертации, её завершенность. Диссертация А.О. Рахимова состоит из введения, списка обозначений, двух глав, перечня литературы. Во введении приведена краткая история по изученным задачам и изложено краткое содержание диссертации.

Первая глава посвящена коротким тригонометрическим суммам Г. Вейля $T(\alpha; x, y)$, суть которых заключается в следующем:

- доказана теорема 1.1 о поведении суммы $T(\alpha; x, y)$ в больших дугах;
- показано, что правая часть полученного равенства в теореме 1.1 в случае α "близких" к рациональному числу a/q будет асимптотической формулой с главным членом (следствие 1.1.1) и оценкой в противном случае (следствие 1.1.2);

Теорема 1.1 является обобщением теоремы Р. Вона о поведении коротких тригонометрических сумм Г. Вейля в больших дугах. В первой главе также найдена нетривиальная оценка коротких тригонометрических сумм Вейля $T(\alpha; x, y)$ четвёртой степени в малых дугах.

В 1937 г. Т. Эстерман доказал асимптотическую формулу для числа решений уравнения

$$p_1 + p_2 + m^2 = N, \quad (1)$$

где p_1, p_2 — простые числа, m — натуральное число. Эта задача в 2003 г. З.Х. Рахмоновым исследована с более жесткими условиями, а именно, когда слагаемые почти равны, и выведена асимптотическая формула для числа решений (1) с условиями

$$\left| p_i - \frac{N}{3} \right| \leq H; \quad i = 1, 2, \quad \left| m^2 - \frac{N}{3} \right| \leq H; \quad H \geq N^{\frac{3}{4}} \ln^3 N,$$

далее в в 2014 г. асимптотическая формула выведена для более редкой последовательности с почти равными слагаемыми то есть, когда в уравнении (1) квадрат натурального m заменяется на его куб при $H \geq N^{\frac{5}{6}} \mathcal{L}^{10}$.

В второй главе, прилагая результаты первой главы, доказана теорема 2.1 об асимптотической формуле для ещё более редкой последовательности с почти равными слагаемыми, то есть, когда в уравнении (1) квадрат натурального m заменяется на её четвёртую степень при $H \geq N^{\frac{11}{12}} \mathcal{L}^{\frac{40}{3}}$.

6. Достоинство и недостатки в содержании и оформлении диссертации, влияние отмеченных недостатков на качество исследования. К достоинству диссертации можно отнести полученные в ней основные результаты, отмеченные в пункте 3. В целом автореферат и диссертационная работа оформлены хорошо.

7. Соответствие автореферата основному содержанию диссертации. Автореферат соответствует требованиям ВАК при Министерстве образования и науки Российской Федерации, полно и правильно отражает положения диссертационной работы.

8. Соответствие диссертации и автореферата требованиям ГОСТ Р 7.0.11-2011.

Оформление структурных элементов диссертации и автореферата соответствует требованиям ГОСТ Р 7.0.11-2011. В списке литературы библиографические записи соответствуют требованиям ГОСТ в полной мере.

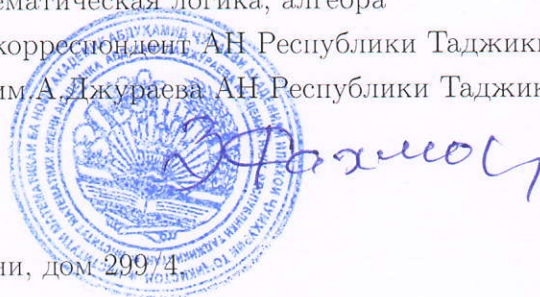
9. Заключение о соответствии диссертации критериям, установленным в «Положении о присуждении ученых степеней» по пунктам 10, 11 и 14. Диссертация Рахимова А.О. соответствует критериям, установленным «Положением о присуждении ученых степеней» по пунктам 10, 11 и 14.

(П.10): Диссертация написана автором самостоятельно, обладает внутренним единством, содержит новые научные результаты в тригонометрических суммах. Полученные автором результаты могут быть использованы при решении некоторых задач аналитической теории чисел.

(П.11): Основные научные результаты диссертации опубликованы в 7 научных работах, четыре из которых входят в перечень ВАК при Министерстве образования и науки Российской Федерации.

(П.14): Необходимые ссылки на авторов и источники заимствования материалов в диссертации имеются. Диссертационная работа Рахимова Алишера Орзухруджаевича на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук является научно – квалифицированной работой, в которой содержатся решения задач, имеющих существенное значение для коротких тригонометрических сумм, и полностью соответствует требованиям П.9 Положения о присуждения ученых степеней, а её автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 — Математическая логика, алгебра и теории чисел.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук по специальности 01.01.06 — Математическая логика, алгебра и теории чисел, профессор, член-корреспондент АН Республики Таджикистан, директор института математики им. А. Джураева АН Республики Таджикистан, Рахмонов Зарулло Хусенович
05 января 2017 года



Адрес: 734063, г. Душанбе, ул. Айни, дом 299/4
e-mail: zarullo-r@rambler.ru