ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу Саидназарова Рахмонали Сангилоевича "Двоякопериодические решения некоторых классов эллиптических систем высокого порядка

представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

1. Актуальность избранной темы.

Диссертационная работа посвящена исследованию задачи существования и нахождения двоякопериодических решений с основными периодами $h_1, h_2, Im(h_2/h_1) \neq 0$, эллиптической системы высокого порядка вида

$$Lw \equiv \partial_{\bar{z}}^{n} w + a_1 \partial_{\bar{z}}^{n-1} w + a_2 \partial_{\bar{z}}^{n-2} w + ... + a_n w = f(z), \quad (1)$$

где $z = x + iy, w = u + i\vartheta, \partial_{\bar{z}} = \frac{1}{2}(\partial_x + i\partial_y)-$ дифференциальный оператор Коши-Римаиа, $\partial_{\bar{z}}^{n} = \partial_{\bar{z}}(\partial_{\bar{z}}^{n-1}), a_1(z), a_2(z), ..., a_n(z), f(z)-$ заданные двоякопериодические функции с периодами $h_1, h_2.$.

Изучение, имеющее целью исследование систем уравнений с частными производными на плоскости, прежде всего связано с насущными вопросами механики, анализа, геометрии и.т.д. Достаточно упомянуть фундаментальные исследования М.А. Лаврентьева, И.Н. Векуа, Л. Берса, А.В. Бицадзе, Д. Гахова и их последователей.

Класс метааналитических функций (то есть решений, соответствующих однородному уравнению (1)) включает в себя класс аналитических (то есть решение уравнения $\partial_{\bar{z}} w = 0$), класс бианалитических (то есть $\partial_{\bar{z}}^{2} w = 0$) и полианалитических (то есть $\partial_{\bar{z}}^{n} w = 0$) функций.

Уравнения с оператором Коши-Римана в начале XX века были изучены Г.В. Колосовым и Н.И. Мусхелишвили для решений плоской задачи теории упругости. Они обнаружили, что эффективным средством для решения таких задач могут служить решения обобщенного уравнения Коши - Римана: $\partial_{\bar{z}}^{2} w = 0$, то есть бианалитические функции.

В работах М.Б. Балка, М.Ф. Зуева, В.И. Жегалева, А.А. Закаряна, К.М. Расулова, Н.Т. Хопа, Н.Р. Раджабова и А.Б. Расулова и их последователей изучены качественные свойства решений полианалитических и систем уравнений (1), исследованы различные краевые задачи типа линейного сопряжения, Римана - Гильберта, Карлемана и другие.

Вопросы существования и нахождения двоякопериодических решений для уравнения обобщенных аналитических, бианалитических и полианалитических функций изучены в работах В.Я. Натанзона, Ф. Эрве, В.И. Показеева, Э.М. Мухаммадиева, В.В. Показеева, С. Байзаева, Д. Сафарова и других.

В работах Д. Сафарова (по образцу теории И.Н. Векуа) разработан аналитический метод построения двоякопериодических обобщенных аналитических функций с помощью аппарата теории эллиптических функций Вейерштрасса.

2. Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации.

Все теоремы, научные положения, выводы и рекомендации, сформулированые в диссертации, а также полученные автором формулы решения задачи полностью обоснованы.

3. Достоверность и новизна полученных результатов.

Полученные результаты являются новыми и основаны на использовании теории двоякопериодических обобщенных аналитических функций и аппарата теории эллиптических функций Вейерштрасса. Автору удалось получить следующие результаты в случае постоянных коэффициентов:

- доказана фредгольмовость задачи построения двоякопериодических решений уравнения (1) в классе регулярных (без полюсов) решений;

- дано описание ядра и коядра задачи и показано, что размерность k его ядра может принимать любое значение из отрезка [0,n];

- найдено условие обратимости оператора L в классе регулярных решений;

- доказано, что в классе обобщенных решений (с заданными полюсами), когда все корни характеристического полинома однородного уравнения различные и простые, задача может оказаться фредгольмовой или нетеровой.

При n=2, в случае переменных коэффициентов и некоторые ограничения на них, дано описание ядра и коядра задачи над полем эллиптических функций.

4. Теоретическая и практическая значимость полученных результатов.

Основные результаты диссертации носят теоретический характер и вносят существенный вклад в развитие теории дифференциальных уравнений эллиптического типа на плоскости. Расширяет рамки применения аппарата теории эллиптических функций и построения решений эллиптических уравнений на торе. Они могут быть использованы в научно - исследовательских организациях, чтении спецкурсов для студентов старших курсов и магистрантов университетов по специальностям "Математика "Математика - физика "Математика - информатика"и т.д. Практическая значимость полученных результатов может определяться прикладным значением самих эллиптических, обобщенных аналитических, бианалитических и полианалитических функций.

5. Оценка содержания диссертации, ее завершенность.

Работа состоит из введения и трех глав. Во введении обосновывается актуальность темы диссертации, обозначены основные цели работы и сформулорованы основные полученные автором результаты.

В первой главе работы в §§1-2 приведены основные свойства теоремы и формулы представления эллиптических функций (1 - го и 2 - го родов) через функций Вейерштрасса $\zeta(z)$- дзета, $\sigma(z)$-сигма, $\mathfrak{p}(z)$ - пе.

В третьем параграфе этой главы с помощью формулы двоякопериодических функций класса C_*^2 (наличие звездочки означает двоякопериодичность) найдены решения неоднородного уравнения Бицадзе.

Во второй главе решается поставленная задача для случая n=2. В первом параграфе показано, что в классе C_*^2 задача фредгольмова и размерность k его ядра может принимать следующие значения: 0,1,2.

Во втором параграфе ищутся решения уравнения с заданными полюсами, а также с заданными нулями и полюсами обобщенных решений $\widetilde{C}_*^2$ (решения с полюсами). Показано, что в этом случае задача может оказаться фредгольмовой или нетеровой. Дано описание ядра и коядра задачи.

В третьем параграфе рассматривается уравнение с двоякопериодическими коэффициентами. При условии существования фундаментальных регулярных двоякопериодических решений однородного уравнения даны описания ядра и коядра задачи в классах C_*^2 и $\widetilde{C}_*^2$. Показано, что при некоторых ограничениях на коэффициенты уравнения, однородное уравнение допускает фундаментальную систему решений.

В третьей главе работы исследуется поставленная задача для уравнения (1) с постоянными коэффициентами. В первом параграфе дано описание многообразия решений однородного уравнения в случае простых корней характеристического однородного уравнения. Во втором параграфе дано описание многообразия решений однородного уравнения через эллиптические функции второго рода. Показано, что в классе C_*^n-регулярных (без полюсов) решений размерность многообразия решений k может принимать любое целое значение из отрезка [0,n]. В классе $\widetilde{C}_*^n$ обобщенных решений задача может быть фредгольмовой или нетеровой.

В третьем параграфе исследуется однородное уравнение в классе $\widetilde{C}_*^n$-обобщенных (с полюсами) решений. В зависимости от свойства корней характеристического уравнения для решения класса $\widetilde{C}_*^n$ может быть сохранены свойства эллиптических функций 1 - го рода или 2 -го рода. Для существования решения с заданными нулями и полюсами доказан аналог обобщенной теоремы Абеля. В четвертом параграфе рассматривается неоднородное уравнение (1). Показано, что в классе C_*^n уравнение фредгольмово, а в классе $\widetilde{C}_*^n$ может быть фредгольмово или нетеровой. Причем k - размерность ядра принимает любое целое значение из отрезка [0,n].

Диссертация Р.С. Саидназарова является самостоятельной, завершенной научной квалификационной работой.

6. Достоинство и недостатки в содержании и оформлении диссертации, влияние отмеченных недостатков на качество исследования.

Достоинствами диссертации являются следующие полученные в ней результаты:

- дано полное описание ядра и коядра задачи в случае постоянных коэффициентов;

- показано, что в классе C^n_*-регулярных (без полюсов) решений задача фредгольмова и размерность k его ядра может принимать любое целое значение из отрезка [0,n];

- в классе $\widetilde{C}^n_*$ обобщенных решений (с задаными полюсами) задача может оказаться фредгольмовой или нетеровой, в зависимости от свойства корней характеристического полинома однородного уравнения.

К замечаниям к работе можно отнести следующее.

1. В работе наблюдаются многочисленные опечатки, неправильно построенные предложения (см. например стр. 3, 4, 5, 6, 8, 13, 14, 16, 97 и т.д.).

2. Нумерация формул до страницы 8 приведена простым способом, а начиная со страницы 9 идет тройная нумерация, которая, кстати, не соответствует нумерации в автореферате. Например, теорема 3.4.7 в работе, а в автореферате идет под номером 3.4.6.

3. В условиях теоремы 2.3.3 (см. стр.72) и в автореферате тоже (см. стр.12) речь идет об уравнении (2.3.2), на самом деле (2.3.2) - это условие, а не уравнение.

4. В автореферате (см. стр. 15) в условиях теоремы 3.3.4 речь идет о существовании решения уравнения (3.3.0), а само уравнение отсутствует.

Отметим, что указанные замечания носят в основном редакционный характер и не влияют на общую положительную оценку работы.

7. Соответствие автореферата основному содержанию диссертации.

Автореферат соответствует требованиям ВАК МОН РФ, полно и правильно отражает основные положения диссертационной работы.

8. Соответствие диссертации и автореферата требованиям ГОСТ.

Оформление структурных элементов диссертации и автореферата соответствует требованиям ГОСТ Р 7.0.11-2011. В списке литературы библиографические записи соответствуют требованиям ГОСТ в полной мере.

9. Заключение о соответствии диссертации критериям, установленным "Положением о присуждении ученых степеней"по пунктам 10, 11 и 14.

Диссертация Р.С. Саидназарова соответствует критериям, установленным "Положением о присуждении ученых степеней"по пунктам 10, 11 и 14:

(П 10): Диссертация написана автором самостоятельно, обладает внутренним единством, содержит новые научные результаты и положения в теории дифференциальных уравнений в частных производных эллиптического типа выдвигаемые для публичной защиты, и свидетельствует о личном вкладе автора диссертации в теорию дифференциальных уравнений. Полученные автором результаты могут быть использованы при решении многомерных эллиптических систем теории дифференциальных уравнений. Полученные результаты являются развитием других известных работ, как в теории обобщенных аналитических функций и теории систем дифференциальных уравнений первого порядка, так и в расширении рамки применения теории эллиптических функций для решения эллиптических уравнений на плоскости.

(П 11): Основные научные результаты диссертации опубликованы в 9 научных работах, четыре из которых входят в перечень ВАК МОН РФ (на момент опубликования);

(П. 14): Необходимые ссылки на авторов и источники заимствования материалов в диссертации имеются.

Диссертация Саидназарова Рахмонали Сангилоевича на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук является научно- квалификационной работой, в которой содержатся решения задач, имеющих существенное значение для теории дифференциальных уравнений эллиптического типа и полностью соответствует требованиям П.9 "Положения о присуждения ученых степеней а ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико - математических наук по специальности 01.01.02 - Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Официальный оппонент:

Гадоев Махмадрахим Гафурович, доктор физико-математических наук по специальности 01.01.02 - Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, Политехнический институт (филиал) ФГАОУ ВО "Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова"в г. Мирном, заведующий кафедрой фундаментальной и прикладной математики.

29 декабря 2016 года М.Г. Гадоев

Контактная информация:

Политехнический институт (филиал) ФГАОУ ВО
"Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова"
в г. Мирном,
678170, Российская Федерация,
Республика Саха(Якутия), г. Мирный, ул. Тихонова 5/1.
сайт: http://www.s-vfu.ru
телефон / факс: 8 (41136) 35238
e-mail: gadoev@rambler.ru

Подпись Гадоева М. [illegible]
Начальник ОК [illegible]чикова Г.П.
29.12.2016г