

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию Саидназарова Рахмонали Сангилоевича «Двоякопериодические решения некоторых классов эллиптических систем высокого порядка», представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы, оптимальное управление

1. **Актуальность темы.** Ещё в начале XX века Г.В. Колосовым и Н.И. Мусхелишвили обнаружили, что эффективным средством для решения плоских задач теории упругости могут служить решения обобщенного уравнения Коши–Римана: $\partial_{\bar{z}}^2 w = 0$, где $z = x + iy$, $\partial_{\bar{z}} = \frac{1}{2}(\partial_x + \partial_y)$ – дифференциальный оператор Коши–Римана. Ещё в конце XIX века Э. Гурса занимался поиском решений таких уравнений и уравнений $\partial_{\bar{z}}^4 w = 0$.

Диссертационная работа Р.С.Саидназарова посвящена построению теории двоякопериодических решений с основными периодами h_1, h_2 , $Im(h_2/h_1) \neq 0$ для уравнения эллиптического типа высокого порядка вида

$$Lw \equiv \partial_{\bar{z}}^n w + a_1 \partial_{\bar{z}}^{n-1} w + a_2 \partial_{\bar{z}}^{n-2} w + \dots + a_n w = f(z), \quad (1)$$

где $a_1 = a_1(z), a_2 = a_2(z), \dots, a_n = a_n(z), f(z)$ – заданные двоякопериодические функции с периодами $h_1, h_2, w(z) = u(x, y) + i\vartheta(x, y)$.

Поставленная задача является естественным развитием теории эллиптических функций. Задачей отыскания периодических решений эллиптических систем уравнений занимались многие авторы.

Система уравнений $\partial_{\bar{z}}^2 w = 0$ играет важное место в теории многомерных эллиптических систем и известна под названием «уравнение Бицадзе». А.В. Бицадзе впервые на примере этого уравнения показал, что задача Дирихле для неё имеет бесконечное число линейно независимых решений, то есть не является нётеровой.

Основные усилия при исследовании уравнения (1) и соответствующего ему однородного уравнения были направлены на распространение свойств аналитических, бианалитических и полианалитических функций и связанные с ними краевые задачи линейного сопряжения, задачи Римана – Гильберта, Карлемана и др. В этом направлении написаны сотни работ и защищено много диссертаций. Достаточно упомянуть работы М.Б. Балка и Ф.М. Зуева, М.П. Ганина, В.И. Жегалова, М.К. Расулова, Н.Р. Раджабова и А.Б. Расулова и др.

Задачами существования и нахождения двоякопериодических решений для уравнения обобщённых аналитических, бианалитических и полианалитических функций занимались В.Я. Натанзон, Ф. Эрве, С.Байзаев, Э.М.Мухаммадиев, В.И. Показеев, В.В. Показеев, Д.Сафаров и другие математики.

В работах Д.Сафарова (и в его совместных работах с В.И.Показеевым) были построены интегральные представления двоякопериодических (1 – го и 2 – го родов) функций через эллиптические функции Вейерштрасса ($\zeta(z)$ – дзета и $\sigma(z)$ – сигма). Это позволило им дать описание ядра и коядра задачи для уравнения обобщённых аналитических функций. Поэтому поставленная задача является актуальной как с точки зрения разрешимости эллиптических систем уравнений на комплексном торе, так и с точки зрения применения и расширения рамки классической теории эллиптических функций к решению эллиптических уравнений.

2. Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации.

Все утверждения – теоремы, формулы, следствия и выводы, сформулированные в диссертации, обоснованы строгими математическими доказательствами. На основе доказанных утверждений разработаны алгоритмы построения двоякопериодических решений уравнения (1).

3. Достоверность и новизна полученных результатов.

Основные научные результаты, полученные в диссертационной работе, являются новыми и обоснованы на использовании основных теорем и формулы аппарата теории эллиптических функций Вейерштрасса и методы обобщённых аналитических функций Векуа. Р.С.Саидназарову удалось получить следующие новые результаты:

- 1) Для однородного уравнения (1) в случае постоянных коэффициентов найдено многообразие всех двоякопериодических решений;
- 2) Доказано, что задача нахождения регулярных двоякопериодических решений уравнения (1) – фредгольмова;
- 3) Дано описание ядра и коядра задачи и вычислена их размерность;
- 4) Построена картина разрешимости уравнения (1), и в классе обобщённых (с полюсами) двоякопериодических решений показано, что задача является фредгольмовой или нётеровой в зависимости от свойств корней характеристического полинома однородного уравнения, соответствующего уравнению (1);

5) В случае $n=2$ и переменных коэффициентов и некоторых ограничений на них дано описание ядра и коядра задачи и доказана фредгольмовость задачи.

4. Теоретическая и практическая значимость полученных результатов.

Основные результаты диссертации носят теоретический характер и вносят существенный вклад в развитие теории дифференциальных уравнений в частных производных высшего порядка эллиптического типа. В ней расширены рамки применения аппарата классической теории эллиптических функций и их обобщения.

В работе также развиты методы теории обобщённых аналитических, бианалитических и полианалитических функций.

5. Оценка содержания диссертации, её завершенность.

Диссертация состоит из введения и трёх глав. Во введении обосновывается актуальность темы диссертации, излагаются основные результаты диссертации.

В первой главе диссертации даются необходимые сведения из теории эллиптических функций Вейерштрасса ($\zeta(z)$ – дзета, $\sigma(z)$ – сигма и $\wp(z)$ – пе) и состоит из трёх параграфов.

В третьем параграфе этой главы, на основе формулы интегрального представления двоякопериодических функций класса S_*^2 , найдено условие существования и найдены решения неоднородного уравнения Бицадзе.

Вторая глава диссертации посвящена исследованию поставленной задачи в случае $n = 2$. Найдено многообразие двоякопериодических решений однородного уравнения. Доказана фредгольмовость задачи для постоянных коэффициентов в классе S_*^2 –регулярных (без полюсов) двоякопериодических решений. В классе \tilde{S}_*^2 –обобщённых (с полюсами) решений задача может оказаться фредгольмовой или нётеровой.

В случае переменных коэффициентов и некоторых ограничений на них дано описание ядра и коядра задачи с помощью двоякопериодических фундаментальных решений однородного уравнения.

Показано, что при некоторых ограничениях на коэффициенты, однородное уравнение допускает систему двоякопериодических фундаментальных (регулярных) решений.

В третьей главе результаты второй главы обобщаются для уравнения (1) в случае постоянных коэффициентов. Показано, что в классе S_*^n –регулярных двоякопериодических функций задача – фредгольмова, и

дано описание ядра и коядра задачи, вычислена разрешимость ядра. Показано, что в классе \tilde{C}_*^n –обобщённых решений (с полюсами) задача может быть фредгольмовой или нётеровой в зависимости от свойств простых корней характеристического полинома соответствующего однородного уравнения. Также дано условие существования (обобщённая теорема Абеля) решений с заданными нулями и полюсами однородного уравнения с помощью эллиптических функций второго рода.

6. Достоинство и недостатки в содержании и оформлении диссертации, влияние отмеченных недостатков на качество исследования.

Достоинством диссертации являются полученные в ней новые результаты, которые обобщают и дополняют результаты, полученные в работах В.И. Показеева, С.Байзаева, Д.Сафарова и др. в этом направлении.

При чтении диссертации и автореферата встречаются некоторые грамматические и технические ошибки. По содержанию глав диссертации можно сделать ряд замечаний.

- на стр. 24 в теореме 3.4.1 вместо Δ_j было написано только Δ_1 и вместо условие (3.4.5) написано (3.4.6);

- на стр. 39 в формуле (1.3.1) вместо $\frac{\partial \varphi}{\partial \bar{z}}$ написано $\frac{\partial f}{\partial \bar{z}}$;

- на стр. 68 в теореме 2.2.10 в части 2) вместо $\varphi(z)$ написано $\psi(z)$;

- на стр. 91, 11 –я строка: вместо условия (3.2.2) должно быть (3.2.4);

- на стр. 93 в последней формуле в скобке правой части пропущен знак «+» между членами $F(\lambda)\Phi_{\bar{z}}, F'(\lambda)\Phi_{\bar{z}}^2(z)$.

В автореферате на стр. 5 в обозначении решетки Γ перед m_1, m_2 поставлено лишний знак «+», а на стр. 7 в обозначение D вместо π написано n .

Указанные замечания не влияют на общую положительную оценку качества проведённых исследований.

7. Соответствие автореферата основному содержанию диссертации.

Автореферат соответствует требованиям ВАК МОН РФ, полно и правильно отражает основные положения диссертационной работы.

8. Соответствие автореферата основному содержанию диссертации.

Автореферат соответствует основному содержанию диссертации.

9. Заключение о соответствии диссертации критериям, установленным в пунктах 9 – 14 «Положения о порядке присуждения учёных степеней».

Диссертационную работу Р.С. Саидназарова можно считать научно – квалифицированной работой, где получены новые результаты, имеющие научное значение в теории дифференциальных уравнений в частных производных эллиптического типа на плоскости.

В диссертации применяются и развиваются методы теории

обобщённых аналитических функций Векуа и аппарата теории эллиптических функций Вейерштрасса.

Основные научные результаты диссертации опубликованы в четырёх рецензируемых научных журналах, рекомендованных Высшей аттестационной комиссией при Министерстве образования и науки Российской Федерации.

Необходимые ссылки на авторов и источники заимствования материалов в диссертации имеются. Работы автора диссертации, выполненные в соавторстве, отмечены в автореферате.

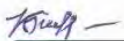
Диссертация соответствует основными критериям Положения о порядке присуждения учёных степеней, а её автор – Саидназаров Р.С., заслуживает присуждения ему учёной степени кандидата физико - математических наук по специальности 01.01.02 - Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Официальный оппонент:

Шарипов Бобоали - кандидат физико-математических наук по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы, оптимальное управление, Институт предпринимательства и сервиса Республики Таджикистан, доцент кафедры математики.

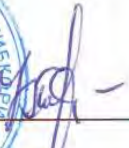
734000, Таджикистан, г. Душанбе, ул. Борбад 65/6

Телефон 777 07 19 07 E-mail, boboali.sharioov@mail.ru

« 24 » « 12 » 2016 года  Б. Шарипов

Подпись доцента
Шарипова Б. заверяю
Нач. ОК ИПС РТ



 М. Вазиров

26.12.2016.