



ОТЗЫВ

ведущей организации на диссертацию Саидназарова Рахмонали Сангилоевича «*Двоякопериодические решения некоторых классов эллиптических систем высокого порядка*», представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы, оптимальное управление

1. **Актуальность темы.** Основы теории уравнений с частными производными на плоскости, обобщающих систему Коши – Римана, заложены в работах М.А. Лаврентьева, И.Г. Петровского, И.Н. Векуа, Л. Берса, Л.Ниренберга, А.В. Бицадзе, Б. Боярского, В.С.Виноградова, их учеников и последователей.

Теория обобщённых систем Коши – Римана, (обобщённые аналитические функции), с их многочисленными приложениями в механике, геометрии и анализа разработаны И.Н. Векуа и Л. Берсом.

Актуальными проблемами этой теории являются задачи об ограниченных и периодических решениях. Этими задачами посвящено много работ, среди которых можно отметить работы В.С. Виноградова, С. Байзаева, А.П.Солдатов, Э. Мухамадиева, В.И. Показеева, Д. Сафарова и др.

Диссертационная работа Р.С. Саидназарова посвящена исследованию существования и нахождению двоякопериодических решений с основными периодами h_1, h_2 , $Im(h_2/h_1) \neq 0$ эллиптической системы высокого порядка вида

$$Lw \equiv \partial_{\bar{z}}^n w + a_1 \partial_{\bar{z}}^{n-1} w + a_2 \partial_{\bar{z}}^{n-2} w + \dots + a_n w = f(z), \quad (1)$$

где $z = x + iy$, $w = u + iv$, $\partial_{\bar{z}} = \frac{1}{2}(\partial_x + i \partial_y)$ – дифференциальный оператор Коши–Римана, $\partial_{\bar{z}}^n = \partial_{\bar{z}}(\partial_{\bar{z}}^{n-1})$, $a_1(z), a_2(z), \dots, a_n(z), f(z)$ – заданные двоякопериодические функции с периодами h_1, h_2 .

Класс метааналитических функций, (то есть решений соответствующих однородному уравнению (1)), включает в себя класс аналитических функций, (то есть решений уравнения $\partial_{\bar{z}} w = 0$), класс бианалитических функций (решений уравнения $\partial_{\bar{z}}^2 w = 0$), и полианалитических функций, (то есть решений уравнения $\partial_{\bar{z}}^n w = 0$).

Уравнение с оператором Коши-Римана в начале XX века были изучены Г.В. Колосовым и Н.И. Мусхелишвили для решений плоской задачи теории упругости. Они обнаружили, что эффективным средством решения таких задач могут служить решения обобщённого уравнения Коши – Римана $\partial_{\bar{z}}^2 w = 0$, то есть бианалитические функции.

В работах М.Б.Балка и М.Ф.Зуева, В.И.Жегалева, А.А.Закаряна, Н.Т.Хопа, К.М.Расулова, Н.Р.Раджабова, А.Б.Расулова и их последователей даны распространения свойств аналитических, бианалитических и полианалитических функций для систем уравнения (1) и исследованы различные краевые задачи типа линейного сопряжения, Римана – Гильберта, Карлемана и другие.

Вопросами существования и нахождения двоякопериодических решений для уравнения обобщенных аналитических, бианалитических и полианалитических функций занимались В.Я.Натанзон, Ф.Эрве, С.Байзаев, В.И. Показее, В.В Показеев, Д.Сафаров и другие.

В работах Д.Сафарова и В.И Показеева. (по образцу теории И.Н. Векуа) разработан аналитический метод построения двоякопериодических обобщённых аналитических функций с помощью аппарата теории эллиптических функций Вейерштрасса.

2. Степень обоснованности научных положений выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации.

Все утверждения (теоремы и леммы) и выводы, сформулированные в диссертации, обоснованы строгими математическими доказательствами.

3. Достоверность и новизна полученных результатов.

Полученные результаты являются новыми и основаны на использовании теории двоякопериодических обобщённых аналитических функций и аппарата теории эллиптических функций Вейерштрасса. Автору удалось получить следующие результаты для постоянных коэффициентов:

- доказана фредгольмовость задачи построения двоякопериодических решений уравнения (1) в классе регулярных (без полюсов) решений;

- дано описание ядра и коядра задачи, и показано, что размерность k её ядра может принимать любое целое значение из отрезка $[0, n]$;

- найдено условие обратимости оператора L в классе регулярных решений;

- показано, что в классе обобщённых решений (с заданными полюсами), когда все корни характеристического полинома однородного уравнения различные и простые, задача может оказаться фредгольмовой или нётеровой.

При $n = 2$, в случае переменных коэффициентов и некоторых ограничений на них, дано описание ядра и коядра задачи, над полем эллиптических функций.

4. Теоретическая и практическая значимость полученных результатов.

Полученные в диссертации результаты носят теоретический характер и вносят существенный вклад в развитие теории уравнений в частных производных эллиптического типа на плоскости. Расширяют рамки применения аппарата теории эллиптических функций и построения решений эллиптических уравнений на торе. Они могут быть использованы в научно – исследовательских организациях, при чтении спецкурсов для студентов

старших курсов и магистрантов университетов по специальностям математика, математика – физика, математика – информатика.

5. Оценка содержания диссертации, её завершенность.

Работа состоит из введения и трёх глав. Во введении обосновывается актуальность темы диссертации, приведены цели работы и сформулированы полученные по ним основные результаты.

В первой главе работы в §§ 1-2 приведены основные теоремы и формулы представления эллиптических функций (1 – го и 2 – го родов) через $\zeta(z)$ – дзета, $\sigma(z)$ – сигма, $\wp(z)$ – пе - функции Вейерштрасса.

В третьем параграфе с помощью решений неоднородного уравнения Коши – Римана найдены условия разрешимости и формулы решения неоднородного уравнения Бицадзе в классе регулярных двоякопериодических (без полюсов) решений.

Вторая глава посвящена исследованию поставленной задачи в случае $n = 2$, для постоянных и переменных коэффициентов. Показано, что в классе C_*^2 –регулярных решений (без полюсов) задача - фредгольмова, а в классе \tilde{C}_*^2 –(с полюсами) задача- фредгольмова или нётерова. Размерность её ядра k принимает следующие значения: 0, 1, 2.

В случае переменных коэффициентов, при наличии систем регулярных фундаментальных двоякопериодических решений соответствующего однородного уравнения, показано, что задача - фредгольмова. Найдены условия для коэффициентов, при выполнении которых однородное уравнение допускает систему фундаментальных двоякопериодических решений. Дано описание ядра и коядра задачи.

В третьей главе работы исследуется поставленная задача для уравнения (1) с постоянными коэффициентами. Дано описание многообразия двоякопериодических решений однородного уравнения в случае постоянных коэффициентов. Во втором параграфе дано описание многообразия решений однородного уравнения через эллиптические функции второго рода. Показано, что в классе C_*^n –регулярных (без полюсов) решений размерность многообразия решений k может принимать любое целое значение из отрезка $[0, n]$. В классе обобщённых решений \tilde{C}_*^n задача может быть фредгольмовой или нётеровой.

В третьем параграфе исследуется однородное уравнение в классе \tilde{C}_*^n –обобщённых (с полюсами) решений. В зависимости от свойства корней характеристического уравнения для решений класса \tilde{C}_*^n могут быть сохранены свойства эллиптических функций 1 – го рода или 2 –го рода. Для существования решения с заданными нулями и полюсами доказан аналог обобщённой теоремы Абеля. В четвертом параграфе рассматривается неоднородное уравнение (1). Показано, что в классе C_*^n уравнение - фредгольмово, а в классе \tilde{C}_*^n может быть фредгольмовым или нётеровым, причём k размерность её ядра принимает любое целое значение из отрезка $[0, n]$.

Работа в целом является завершённым научным исследованием, выполненным на актуальную тему.

Диссертация содержит большое количество результатов, представляющих научный интерес.

Диссертация Р.С.Саидназарова является самостоятельной, завершённой научной квалификационной работой.

6. Достоинство и недостатки в содержании и оформлении диссертации, влияние отмеченных недостатков на качество исследования.

Достоинствами диссертации являются следующие полученные в ней результаты:

- дано полное описание ядра и коядра задачи для постоянных коэффициентов с применением аппарата теории эллиптических функций;
- показано, что в классе S_*^n – регулярных (без полюсов) решений задача - фредгольмова, и размерность k его ядра может принимать любое целое значение из отрезка $[0, n]$;
- в классе \tilde{S}_*^n обобщённых решений (с заданными полюсами) в зависимости от свойства корней характеристического полинома однородного уравнения задача может быть фредгольмовой или нётеровой.

В диссертации встречаются некоторые грамматические и технические ошибки, например:

- на стр. 61 в формуле (2.2.12) вместо $e^{\sqrt{\Delta z}}$ написано $e^{\sqrt{\Delta \bar{z}}}$;
- на стр. 64 в теореме 2.2.7 вместо b_1, b_2, \dots, b_r , надо написать b_1, b_2, \dots, b_p , $r < p$;
- стр. 79 снизу в третьей строке вместо $\varphi(z), \psi(z)$ должно быть написано $\varphi_1(z), \psi_1(z)$.

Высказанные замечания не снижают научных достоинств диссертации и не могут повлиять на её оценку.

7. Соответствие автореферата основному содержанию диссертации.

Автореферат соответствует требованиям ВАК МОН РФ, полно и правильно отражает основные положения диссертационной работы.

8. Соответствие диссертации и автореферата требованиям ГОСТ.

Оформление структурных элементов диссертации и автореферата соответствует требованиям ГОСТ Р 7.0.11-2011. В списке литературы библиографические записи соответствуют требованиям ГОСТ в полной мере.

9. Заключение о соответствии диссертации критериям, установленным «Положением о присуждении учёных степеней» по пунктам 10, 11 и 14.

Диссертация Р.С.Саидназарова соответствует критериям, установленным «Положением о присуждении учёных степеней» по пунктам 10, 11 и 14:

(П.10): Диссертация написана автором самостоятельно, обладает внутренним единством, содержит новые научные результаты и положения в теории дифференциальных уравнений в частных производных эллиптического типа, выдвигаемые для публичной защиты, и свидетельствует о личном вкладе автора диссертации в эту теорию. Полученные автором результаты могут быть использованы при решении многомерных эллиптических систем дифференциальных уравнений.

Полученные результаты являются развитием других известных работ в теории обобщённых аналитических функций и теории систем дифференциальных уравнений первого порядка. Они расширяют рамки применения теории эллиптических функций для решения эллиптических уравнений на плоскости.

(П.11): Основные научные результаты диссертации опубликованы в 9 научных работах, четыре из которых входят в перечень ВАК МОН РФ (на момент опубликования);

(П.14): Необходимые ссылки на авторов и источники заимствования материалов в диссертации имеются.

Диссертация Саидназарова Рахмонали Сангилоевича на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук является научно-квалификационной работой, в которой содержатся решения задач, имеющих существенное значение для теории дифференциальных уравнений эллиптического типа, и полностью соответствует требованиям П.9 Положения о присуждения учёных степеней, а её автор заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Диссертация обсуждена на заседании кафедры математического анализа и теории функций механико – математического факультета Таджикского национального университета, протокол № 11 от 29 декабря 2016 года.

Отзыв составили кандидата физико – математических наук, доценты Болтаев К.С., Кадыров Г.М., Мирзоев А.Х.

Заведующий кафедрой математического анализа и теории функций
кандидат физ. – мат. наук, доцент

Кадыров Г.М.

Контактная информация ведущей организации
Таджикский национальный университет.
Адрес: 734025, г. Душанбе, проспект Рудаки, 17
сайт: <http://www.tnu.tj/index.php/ru>, телефон: (992 – 372) 21-77-11
E-mail: baitura@mail.ru

Подпись кандидата физ. – мат. наук,
доцента Кадырова Г.М. заверяю
Начальник отдела кадров ТНУ



Тавкиев Э.