

## ОТЗЫВ

научного руководителя о диссертационной работе Саидназарова Рахмонали Сангилоевича «Двоякопериодические решения некоторых классов эллиптических систем высокого порядка», представленной на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Исследования, имеющие целью различные обобщения и распространения свойств решений систем уравнений Коши-Римана на более общие эллиптические системы уравнений в частных производных связаны с узловыми вопросами анализа, геометрии и механики.

Достаточно упомянуть основополагающие работы М.А. Лаврентьева, И.Н. Векуа, Л. Берса, А.В. Бицадзе, В.С. Виноградова, А.Д. Джураева, Л.Г. Михайлова и их последователей.

Диссертационная работа Р.С. Саидназарова посвящена исследованию вопроса существования и нахождения двоякопериодических решений эллиптической системы высшего порядка вида

$$\partial_{\bar{z}}^n w + a_1 \partial_{\bar{z}}^{n-1} w + a_2 \partial_{\bar{z}}^{n-2} w + \dots + a_n w = f(z), \quad (1)$$

где  $z = x + iy$ ,  $w = u + i\vartheta$ ,  $2\partial_{\bar{z}} = \partial_x + i\partial_y$  – дифференциальный оператор Коши-Римана,  $\partial_{\bar{z}}^n = \partial_{\bar{z}}(\partial_{\bar{z}}^{n-1})$ ,  $a_1, a_2, \dots, a_n$ ,  $f(z)$  – заданные двоякопериодические функции с основными периодами  $h_1, h_2$ ,  $Im(h_2/h_1) \neq 0$ .

Эллиптическая система (1) изучалась многими авторами, написаны отдельные статьи и защищены несколько диссертаций. В этих работах, в основном, обобщаются основные результаты теории аналитических функций и примыкающие к ним краевые задачи на решения системы (1).

Задачи, поставленные для обобщённой системы уравнений Коши-Римана (уравнения обобщённых аналитических функций) исследованы в работах Показеева В.И., Сафарова Д., Мухаммадиева Э., Байзаева С. и др. Системы уравнений для бианалитических функций изучены Натанзоном В.Л., а для полианалитических функций – Показеевым В.В.

В данной диссертационной работе применяется аппарат теории эллиптических функций и методы исследования двоякопериодических обобщённых аналитических функций, методы теории дифференциальных уравнений высокого порядка и эллиптических систем на плоскости.

Диссертационная работа состоит из введения и трёх глав. Во введении дан краткий исторический обзор результатов, связанных с темой диссертации и приведены формулировки основных теорем.

Первая глава диссертации имеет вспомогательный характер. В §§1-2 приведены основные свойства эллиптических функций и их формулы представления с помощью функции Вейерштрасса.

Также в этой главе приведены формулы решения неоднородного уравнения Коши – Римана в классе двоякопериодических регулярных (то есть класса  $C^1$ ) решений посредством интегрального оператора, ядром которого служит эллиптическая функция Вейерштрасса  $\zeta(z)$ , построенная на периодах  $h_1, h_2$ . На основе полученной формулы даётся решение (неоднородного уравнения Бицадзе) в классе двоякопериодических регулярных функций.

Вторая глава работы посвящена исследованию задачи существования и нахождения двоякопериодических решений для эллиптической системы второго порядка ( $n = 2$ ). В зависимости от свойства корней характеристического однородного уравнения выписаны многообразия решений однородной системы и найдены условия разрешимости неоднородного уравнения в случае постоянных коэффициентов.

Показано, что в классе регулярных решений задача фредгольмова. В классе обобщённых решений (допускающих полюсы) задача может оказаться фредгольмовой или нётеровой. Также даны описание ядра и коядра задачи в случае переменных коэффициентов при некоторых ограничениях на них и найдены решения в явном виде.

В третьей главе диссертационной работы результаты второй главы переносятся на случаи  $n > 2$ . В зависимости от свойства корней характеристического однородного уравнения даны описание ядра и коядра задачи в классе как регулярных, так обобщённых решений (решение с полюсами). Найдены признаки однозначной разрешимости уравнения (1) в классе регулярных решений.

Также получены условия разрешимости в классе обобщённых решений, причём задача может оказаться фредгольмовой или нётеровой.

Даны алгоритмы нахождения решений уравнения (1) с применением аппарата теории эллиптических функций Вейерштрасса.

Оценивая диссертационную работу в целом, отметим, что в ней получены важные результаты по теории разрешимости эллиптических систем уравнений в классе двоякопериодических функций. Вместе с тем показано расширение рамок применения теории эллиптических функций к решению эллиптических систем уравнений в частных производных высокого порядка.

Считаю, что диссертационная работа Р.С. Саидназарова «Двоякопериодические решения некоторых классов эллиптических систем высокого порядка» удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК Российской Федерации к кандидатским диссертациям, а её автор заслуживает присуждения ему учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Научный руководитель, доктор  
физ.-мат. наук по специальности  
01.01.02 - Дифференциальные уравнения,  
динамические системы и оптимальное управление,  
заведующий кафедрой математического анализа  
Курган-Тюбинского государственного  
университета им. Н. Хусрава, доцент  
Тел.: (+992)91-707-96-40.  
e-mail: safarov-5252@mail.ru



Д. Сафаров.  
26.09.2016.

Подпись Сафарова Д. заверяю,  
начальник отдела кадров Курган-Тюбинского  
государственного университета им. Н. Хусрава



А. Амиршоев  
28.09.2016.