

«Утверждаю»
И.О. проректора по НИР
ФГБОУ ВО «Кабардино-Балкарский
государственный университет
имени Х.М. Бербекова» профессор
Ю.А. Малкандуев

«20» 05 2017 г.

ОТЗЫВ

ведущей организации на диссертационную работу
Замонова Бехруза Маликасроровича
«Короткие кубические тригонометрические суммы с функцией Мёбиуса»,
представленную на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук по специальности
01.01.06 - Математическая логика, алгебра и теория чисел

1. Актуальность избранной темы. И.М. Виноградов, воспользовавшись созданным им методом оценок тригонометрических сумм с простыми числами, доказал теорему о нетривиальной оценке линейных тригонометрических сумм с простыми числами и решил тернарную проблему Гольдбаха. Этим методом Г. Дэвенпорт получил нетривиальную оценку линейной тригонометрической суммы с функцией Мёбиуса, а для нелинейных сумм такую оценку получил Хуа Ло-кен. Короткую тригонометрическую сумму с функцией Мёбиуса вида

$$S_k(\alpha; x, y) = \sum_{x-y < n \leq x} \mu(n) e(\alpha n^k), \quad (1)$$

впервые рассмотрел Т. Жан и доказал нетривиальную оценку в случае $k = 1$ при $y \geq x^{\frac{8}{9} + \epsilon}$ и в случае $k = 2$ совместно с Дж. Лю при $y \geq x^{\frac{11}{18} + \epsilon}$. Нетривиальную оценку суммы $S_k(\alpha; x, y)$ в малых дугах $m(P)$ при $y \geq x^{\theta + \epsilon}$, $\theta = 1 - \frac{1}{2k+3}$ и $\tau = x^{1+2\theta} P^{-1}$ получил А.В. Кумчев, в частности для $S_3(\alpha; x, y)$ следует нетривиальная оценка при

$$y \geq x^{\frac{8}{9} + \epsilon}, \quad \tau = x^{\frac{25}{9}} P^{-1}.$$

В диссертационной работе Б.М. Замонова получена нетривиальная оценка для более коротких сумм $S_3(\alpha; x, y)$ в малых дугах.

2. Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации. Все утверждения теорем и научные положения, сформулированные в диссертации, а также полученные автором формулы и оценки, полностью обоснованы.

3. Достоверность и новизна полученных результатов. Полученные в диссертации результаты являются новыми и дополняют исследования авторов, указанных в первом пункте. Они обоснованы подробными доказательствами и заключаются в следующем:

- получена нетривиальная оценка короткой кубической двойной тригонометрической суммы

$$J_3(\alpha; x, y, M, N) = \sum_{M < m \leq 2M} a(m) \sum_{\substack{U < n \leq 2N \\ x-y < mn \leq x}} b(n) e(\alpha(mn)^3),$$

где $a(m)$ и $b(n)$ – произвольные комплекснозначные функции, M, N – натуральные, $N \leq U < 2N$, $x > x_0$, y – вещественные числа, с «длинным» сплошным суммированием в малых дугах $\mathfrak{m}(\mathcal{L}^{8A+791})$, A – абсолютная постоянная, при

$$\tau = y^3 \mathcal{L}^{-8A-791}, \quad xy^{-\frac{1}{4}} \mathcal{L}^{2A+198} < N \leq x \mathcal{L}^{-2A-8},$$

- доказана теорема об оценке короткой двойной тригонометрической суммы $J_3(\alpha; x, y, M, N)$, имеющей близкие по порядку суммы, следствием которой является её нетривиальная оценка в малых дугах $\mathfrak{m}(\mathcal{L}^{32(A+13)})$, при

$$\tau = \frac{y^5}{x^2} \mathcal{L}^{-32(A+13)}, \quad \frac{x}{y} \mathcal{L}^{32(A+13)} \leq N \leq y \mathcal{L}^{-8(A+13)},$$

- найдена нетривиальная оценка короткой кубической тригонометрической суммы $S_3(\alpha; x, y)$ в малых дугах $\mathfrak{m}(\mathcal{L}^{32(B+19)})$, $B \geq 11$ – абсолютная постоянная, при

$$y \geq x^{\frac{1}{3}} \mathcal{L}^{8B+282}, \quad \tau = \frac{y^5}{x^2} \mathcal{L}^{-32(B+18)},$$

4. Теоретическая и практическая значимость полученных автором результатов. Основные результаты диссертации носят теоретический характер. Они могут быть использованы в научных институтах и организациях, занимающихся аналитической теорией чисел, в том числе в Математическом институте им. В.А. Стеклова РАН, Институте математики им. А. Джураева АН РТ, в учебном процессе при чтении спецкурсов в МГУ им. М.В. Ломоносова, в Таджикском национальном университете и в других учебных заведениях.

5. Оценка содержания диссертации, её завершенность. Диссертация Б.М. Замонова состоит из введения, списка обозначений, трёх глав, перечня литературы. Во введении приведена краткая история по изученным задачам и изложено краткое содержание диссертации.

В первой главе, состоящей из трёх параграфов, получена нетривиальная оценка короткой двойной тригонометрической суммы

$$J_3(\alpha; x, y, M, N) = \sum_{M < m \leq 2M} a(m) \sum_{\substack{U < n \leq 2N \\ x-y < mn \leq x}} b(n) e(\alpha(mn)^3)$$

с «длинным» сплошным суммированием в малых дугах $\mathfrak{m}(\mathcal{L}^{8A+791})$, A – абсолютная постоянная, при

$$\tau = y^3 \mathcal{L}^{-8A-791}, \quad xy^{-\frac{1}{4}} \mathcal{L}^{2A+198} < N \leq x \mathcal{L}^{-2A-8}.$$

При получении нетривиальной оценки применялись методы, использованные в работах И.М. Виноградова, Т. Жана и З.Х. Рахмонова.

Вторая глава посвящена исследованию нетривиальной оценки короткой двойной тригонометрической суммы $J_3(\alpha; x, y, M, N)$, имеющей близкие по порядку суммы, следствием которой является её нетривиальная оценка в малых дугах $m(\mathcal{L}^{32(A+13)})$, при

$$\tau = \frac{y^5}{x^2} \mathcal{L}^{-32(A+13)}, \quad \frac{x}{y} \mathcal{L}^{32(A+13)} \leq N \leq y \mathcal{L}^{-8(A+13)}.$$

В третьей главе на основании результатов первых двух глав и методом оценок тригонометрических сумм с простыми числами Виноградова доказана теорема о нетривиальной оценке короткой кубической тригонометрической суммы

$$S_3(\alpha; x, y) = \sum_{x-y < n \leq x} \mu(n) e(\alpha n^3)$$

в малых дугах $m(\mathcal{L}^{32(B+19)})$, $B \geq 11$ – абсолютная постоянная, при

$$y \geq x^{\frac{4}{5}} \mathcal{L}^{8B+282}, \quad \tau = \frac{y^5}{x^2} \mathcal{L}^{-32(B+18)}.$$

6. Достоинство и недостатки в содержании и оформлении диссертации, влияние отмеченных недостатков на качество исследования. К достоинству диссертации можно отнести основные результаты, отмеченные в пункте 3, полученные применением метода оценок тригонометрических сумм с простыми числами И.М. Виноградова, метода оценок тригонометрических сумм Г. Вейля, а также методов работ В.Н. Чубарикова, Т. Жана и З.Х. Рахмонова.

А к недостаткам диссертации можно отнести ряд незначительных отпечатков и неудачные обозначения, не влияющих на научную значимость полученных результатов. Укажем некоторые из них:

1. в тексте диссертации имеются грамматические неточности (с. 4, 6, 12, 14, 16, 51);
2. в пункте «Структура и объём работы» объём диссертации указано 66 страниц, а в самом деле объём работы составляет 72 страницы. Отметим, что в автореферате число страниц указано верно;
3. на стр. 18 вместо ссылки на формулу (1.1.1) дается ссылка на формулу (3.1.1).

В целом автореферат и диссертационная работа оформлены хорошо.

7. Соответствие автореферата основному содержанию диссертации. Автореферат соответствует требованиям ВАК при Министерстве образования и науки Российской Федерации, полно и правильно отражает положения диссертационной работы.

8. Соответствие диссертации и автореферата требованиям ГОСТ Р 7.0.11-2011. Оформление структурных элементов диссертации и автореферата соответствует требованиям ГОСТ Р 7.0.11-2011. В списке литературы библиографические записи соответствуют требованиям ГОСТ в полной мере.

9. Заключение о соответствии диссертации критериям, установленным в «Положении о присуждении ученых степеней» по пунктам 10, 11 и 14. Диссертация Замонова Б.М. соответствует критериям, установленным «Положением о присуждении ученых степеней» по пунктам 10, 11 и 14.

(П.10): Диссертация написана автором самостоятельно, обладает внутренним единством, содержит новые научные результаты в тригонометрических суммах. Полученные

автором результаты могут быть использованы при решении некоторых задач аналитической теории чисел.

(П.11): Основные научные результаты диссертации опубликованы в 7 научных работах, три из которых входят в перечень ВАК при Министерстве образования и науки Российской Федерации. Результаты прошли апробацию на научно-исследовательских семинарах и международных конференциях.

(П.14): Необходимые ссылки на авторов и источники заимствования материалов в диссертации имеются. Диссертационная работа Замонова Бехруза Маликасроровича на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук является научно-квалифицированной работой, в которой содержатся решения задач, имеющих существенное значение для коротких тригонометрических сумм, и полностью соответствует требованиям П.9 Положения о присуждения учёных степеней, а её автор заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 — Математическая логика, алгебра и теория чисел.

Отзыв составил доктор физико-математических наук, профессор Пачев Урусби Мухамедович. Отзыв обсуждён и одобрен на заседании кафедры геометрии и высшей алгебры Института физики и математики Кабардино-Балкарского государственного университета, протокол №9 от 19 мая 2017 года.

Зав. кафедрой геометрии и высшей алгебры
ФГБОУ ВО «Кабардино-Балкарский государственный
университет имени Х.М. Бербекова»
доктор физико-математических наук,
профессор



Журтов Арчил Хазешович

Профессор кафедры геометрии и высшей алгебры
ФГБОУ ВО «Кабардино-Балкарский государственный
университет имени Х.М. Бербекова»
доктор физико-математических наук



Пачев Урусби Мухамедович

Контактная информация:
ФГБОУ ВО «Кабардино-Балкарский государственный
университет имени Х.М. Бербекова»
360004, г. Нальчик, ул. Чернышевского, 173.
Телефон: 8(8662)42-25-60,
e-mail: bsk@kbsu.ru

"ЗАВЕРЯЮ"
Ученый секретарь КБГУ
"20" 05 2017 г


