

## ОТЗЫВ

научного руководителя на диссертацию  
Замонова Бехруза Маликасроровича  
«Короткие кубические тригонометрические суммы с функцией Мёбиуса»,  
представленную на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук по специальности  
01.01.06 - Математическая логика, алгебра и теории чисел

### 1. Актуальность избранной темы

Работа посвящена задачам аналитической теории чисел. Основным предметом её изучения является оценка коротких кубических двойных тригонометрических сумм и короткой кубической тригонометрической суммы с функцией Мёбиуса во множестве точек второго класса. Оценками коротких тригонометрических сумм в разное время занимались И.М. Виноградов, Хейзелгроув, В. Статулявичус, Пан Чен-дон и Пан Чен-бяо, Т. Жан. Для линейных и квадратичных коротких тригонометрических сумм с функцией Мёбиуса нетривиальные оценки были получены в работах Г. Дэвенпорта, Хуа Ло-кена, Лю Дж и Жана Т. Основными утверждениями, позволившими получить нетривиальную оценку суммы с функцией Мёбиуса являются нетривиальные оценки короткой двойной тригонометрической суммы с «длинным» сплошным суммированием и короткой кубической двойной тригонометрической суммы, имеющей близкие по порядку суммы.

### 2. Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации

Все утверждения теорем и научные положения, сформулированные в диссертации, а также полученные автором формулы и оценки полностью обоснованы.

### 3. Достоверность и новизна полученных результатов

Полученные в диссертации результаты являются новыми и дополняют исследования, указанные в первом пункте ученых. Они обоснованы подробными доказательствами и заключаются в следующем

- получена нетривиальная оценка короткой кубической двойной тригонометрической суммы с "длинным" сплошным суммированием в малых дугах;
- получена нетривиальная оценка короткой кубической двойной тригонометрической суммы, имеющей близкие по порядку суммы в малых дугах;
- получена нетривиальная оценка короткой кубической тригонометрической суммы с функцией Мёбиуса на малых дугах.

### 4. Теоретическая и практическая значимость полученных автором результатов

Основные результаты диссертации носят теоретический характер. Они могут быть использованы в научных институтах и организациях, занимающихся тригонометрическими функциями, в том числе в Математическом институте им. В.А. Стеклова РАН, Институте математики им. А. Джураева АН РТ, в учебном процессе при чтении спецкурсов в МГУ им. М.В. Ломоносова, в Таджикском национальном университете и в других учебных заведениях.

### 5. Оценка содержания диссертации, её завершенность

Диссертация Б.М. Замонова состоит из введения, списка обозначений, трёх глав, перечня литературы. Во введении приведена краткая история по изученным задачам и изложено краткое содержание диссертации.

Основным содержанием первой главы является теорема 1.1, в которой получена нетривиальная оценка короткой кубической двойной тригонометрической суммы

$$J_3(\alpha; x, y, M, N) = \sum_{M < m \leq 2M} a(m) \sum_{\substack{U < n \leq 2N \\ x-y < mn \leq x}} b(n) e(\alpha(mn)^3),$$

где  $a(m)$  и  $b(n)$  – произвольные комплекснозначные функции,  $M, N$  – натуральные,  $N \leq U < 2N$ ,  $x > x_0, y$  – вещественные числа, с «длинным» сплошным суммированием в малых дугах  $\mathfrak{m}(\mathcal{L}^{8A+791})$ ,  $A$  – абсолютная постоянная, при

$$\tau = y^3 \mathcal{L}^{-8A-791}, \quad xy^{-\frac{1}{4}} \mathcal{L}^{2A+198} < N \leq x \mathcal{L}^{-2A-8}.$$

Во второй главе доказана теорема 2.1 об оценке короткой двойной тригонометрической суммы  $J_3(\alpha; x, y, M, N)$ , имеющей близкие по порядку суммы, следствием которой является её нетривиальная оценка в малых дугах  $\mathfrak{m}(\mathcal{L}^{32(A+13)})$ , при

$$\tau = \frac{y^5}{x^2} \mathcal{L}^{-32(A+13)}, \quad \frac{x}{y} \mathcal{L}^{32(A+13)} \leq N \leq y \mathcal{L}^{-8(A+13)};$$

Результаты, полученные в первой и во второй главах, приложены в третьей главе к доказательству теоремы 3.1-получение нетривиальной оценки короткой кубической тригонометрической суммы

$$S_3(\alpha; x, y) = \sum_{x-y < n \leq x} \mu(n) e(\alpha n^3)$$

в малых дугах  $\mathfrak{m}(\mathcal{L}^{32(B+19)})$ ,  $B \geq 11$  – абсолютная постоянная, при

$$y \geq x^{\frac{4}{5}} \mathcal{L}^{8B+282}, \quad \tau = \frac{y^5}{x^2} \mathcal{L}^{-32(B+18)}.$$

## 6. Достоинство и недостатки в содержании и оформлении диссертации, влияние отмеченных недостатков на качество исследования

К достоинству диссертации можно отнести следующие полученные в ней основные результаты

- доказана нетривиальная оценка коротких кубических двойных тригонометрических сумм с "длинным" сплошным суммированием в малых дугах;
- доказана нетривиальная оценка коротких кубических двойных тригонометрических сумм, имеющих близкие по порядку суммы в малых дугах;
- доказана теорема об оценке короткой кубической суммы с длинными сплошным суммирование в малых дугах.

В целом автореферат и диссертационная работа оформлены хорошо.

## 7. Соответствие автореферата основному содержанию диссертации

Автореферат соответствует требованиям ВАК МОН РФ, полно и правильно отражает положения диссертационной работы.

## 8. Соответствие диссертации и автореферата требованиям ГОСТ Р 7.0.11-2011

Оформление структурных элементов диссертации и автореферата соответствует требованиям ГОСТ Р 7.0.11-2011. В списке литературы библиографические записи соответствует требованиям

ГОСТ в полной мере.

**9. Заключение о соответствии диссертации критериям, установленным в "Положении о присуждении ученых степеней" по пунктам 10, 11 и 14**

Диссертация Замонова Б.М. соответствует критериям, установленным "Положением о присуждении ученых степеней" по пунктам 10, 11 и 14.

(П.10): Диссертация написана автором самостоятельно, обладает внутренним единством, содержит новые научные результаты в тригонометрических суммах. Полученные автором результаты могут быть использованы при решении некоторых задач в аналитической теории чисел.

(П.11): Основные научные результаты диссертации опубликованы в 7 научных работах, четыре из которых входят в перечень ВАК МОН РФ.

(П.14): Необходимые ссылки на авторов и источники заимствования материалов в диссертации имеются. Диссертационная работа Замонова Бехруза Маликасороровича на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук является научно - квалифицированной работой, в которой содержатся решения задач, имеющих существенное значение для коротких тригонометрических сумм, и полностью соответствует требованиям П.9 Положения о присуждении ученых степеней, а её автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 - Математическая логика, алгебра и теории чисел.

Научный руководитель  
и. о. декана механико - математического  
факультета ФГБОУ ВО "Московского  
государственного университета  
имени М.В. Ломоносова"  
доктор физико - математических наук,  
профессор



Чубариков Владимир Николаевич