

ОТЗЫВ

научного руководителя на диссертацию Исмадова С.Н.
«Распределение дробных частей значений линейного многочлена,
аргумент которого принимает простые числа из коротких
интервалов», представленную на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 -
Математическая логика, алгебра и теория чисел

Основным предметом исследований, составляющих содержание диссертации, является оценка сумм коротких линейных тригонометрических сумм с простыми числами и вывод закона распределения дробных частей значений линейного многочлена, аргумент которого принимает простые числа из коротких интервалов. Оценками тригонометрическими сумм с простыми числами и ее приложениями в разное время занимались И.М. Виноградов, Ю.В. Линник, А.А. Карацуба, В.Н. Чубариков, Р. Вон Зан Тао и другие.

Работа состоит из введения, списка обозначений, двух глав, перечня литературы. Во введении приведена краткая история по исследуемым задачам и изложено краткое содержание диссертации.

Основными результатами первой главы является теорема 1.5, в которой при $H \gg N^{\frac{2}{3}} \mathcal{L}^{4A+16}$ получена нетривиальная оценка сумм модулей коротких линейных тригонометрических сумм с простыми числами вида

$$V_K(N, H) = \sum_{k=1}^K \left| \sum_{N-H < p \leq N} e(\alpha kp) \right| \ll \frac{KH}{\mathcal{L}^{A+1}}.$$

где K, H, N и q – натуральные числа, $K \leq H$, A – абсолютная постоянная, $\mathcal{L} = \ln Nq$, α – вещественное и

$$\alpha = \frac{a}{q} + \frac{\theta}{q^2}, \quad (a, q) = 1, \quad \mathcal{L}^{4A+20} \leq q \leq \frac{KH^2}{N} \mathcal{L}^{-4A-20}.$$

Результаты первой главы приложены во второй главе к доказательству закона о распределении дробных частей $\{\alpha p\}$, аргумент которого пробегает простые числа из короткого интервала $(x-y, x]$: пусть x, y и q – натуральные числа,

$A \geq 3$ – абсолютная постоянная, $\mathcal{L} = \ln xq$, α – вещественное и

$$\alpha = \frac{a}{q} + \frac{\theta}{q^2}, \quad (a, q) = 1, \quad \mathcal{L}^{4A+20} \leq q \leq \frac{y^2}{x} \mathcal{L}^{-4A-20}.$$

Тогда для $F_\alpha(x, y, \sigma)$ – количество членов последовательности $\{\alpha p\}$ таких, что $x - y < p \leq x$ и $\{\alpha p\} < \sigma$, при $y \gg x^{\frac{2}{3}} \mathcal{L}^{4A+16}$ справедлива следующая асимптотическая формула

$$F_\alpha(x, y, \sigma) = \sigma(\pi(x) - \pi(x - y)) + O\left(\frac{y}{\mathcal{L}^A}\right).$$

Все полученные в диссертации результаты являются новыми, уточняют или обобщают существующие прежние результаты и они обоснованы подробными доказательствами и заключаются в следующем:

- найдены нетривиальные оценки сумм модулей коротких двойных линейных тригонометрических сумм, в которых имеется длинная сплошная сумма, или суммы, составляющие двойную сумму, близки по порядку;
- для сумм модулей коротких линейных тригонометрических сумм с простыми числами получена нетривиальная оценка, являющаяся обобщением соответствующей оценки И. М. Виноградова на случай коротких тригонометрических сумм с простыми числами;
- задача о распределении дробных частей линейного многочлена, аргумент которого пробегает простые числа из интервала малой длины, сведена к оценке сумм модулей коротких линейных тригонометрических сумм с простыми числами;
- доказан закон распределения дробных частей линейного многочлена, аргумент которого пробегает простые числа из короткого интервала для всех коэффициентов, являющихся иррациональным числом или рациональным числом с большими знаменателями;
- найдены условия, при выполнении которых последовательность дробных частей линейного многочлена, аргумент которого пробегает простые числа из интервала малой длины, является равномерно распределённой.

Считаю, что в диссертация Исматова С.Н. «*Распределение дробных частей значений линейного многочлена, аргумент которого принимает простые числа из коротких интервалов*» получены новые результаты, представляющие научный интерес и она соответствует всем требованиям ВАК Российской Федерации, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 - Математическая логика, алгебра и теория чисел.

Доктор физико-математических наук,
член-корр. АН РТ, профессор



Рахмонов З.Х.