

О Т З Ы В

официального оппонента на диссертацию

Холмамадовой Шогуны Авобековны

на тему "Неравенства для производных аналитических функций и наилучшее полиномиальное приближение в пространстве Харди"

по специальности 01.01.01 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук

Актуальность избранной темы

В теории приближения функций решения конкретной экстремальной задачи, как правило, упираются в некоторую элементарно формулируемую задачу, связанную с получением простого на вид, но далеко не просто доказываемого неравенства. Поэтому требуется тонкий анализ и найти новый нестандартный подход к доказательству таких неравенств, выявляющих основные свойства функций рассматриваемого класса. Большое значение среди таких неравенств имеют неравенства, которые оценивают сверху норму промежуточной производной через норму самой функции и норму старшей производной функции в том или ином нормированном пространстве. К таким неравенствам относятся известные неравенства Адамара, Ландау, Харди и Колмогорова. Как, правило, все известные перечисленные неравенства доказаны для функций действительного переменного. Однако при решении многих экстремальных задач в комплексной области возникает необходимость получения точных неравенств типа Харди или Колмогорова, где указанные неравенства позволяют установить новые связи между конструктивными и структурными свойствами функций. Современное развитие указанной тематики связано с работами В.В.Арестова, С.Б.Стечкина, Л.В.Тайкова, В.Н.Габушина, В.М.Тихомирова, Н.П.Корнейчука, В.Ф.Бабенко, Г.Г.Магарил-Ильяева, А.А.Лигуна, С.А.Пичугова, В.А.Кофанова, С.Б.Вакарчука, М.Ш.Шабозова и многих других.

Диссертационная работа Холмамадовой Шогуны Авобековны посвящена получению точных неравенств для аналитических в единичном круге функций в пространстве Харди H_p , $1 \leq p \leq \infty$ между нормой производных функций и усреднённым значением их модулей непрерывности или гладкости са-

мих функций и их вторых производных. В работе также рассматривается экстремальная задача вычисления точных значений поперечников некоторых классов аналитических в круге функций, задаваемых модулями непрерывности в пространстве Харди $H_p, 1 \leq p \leq \infty$.

Исследуемые в диссертационной работе экстремальные задачи относятся к наиболее важным и актуальным задачам теории аппроксимации.

Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации

Все утверждения и теоремы, научные положения, выводы и рекомендации, сформулированные в диссертации, полностью обоснованы.

Достоверность и новизна полученных результатов

Все приведённые в диссертационной работе результаты достоверны, строго доказаны, являются новыми и продолжают исследования Л.В.Тайкова, Н.Айнуллова, М.З.Двейрина, Ю.А.Фаркова, С.Б.Вакарчука, М.Ш.Шабозова, Г.А.Юсупова, М.Р.Лангаршоева в этом направлении.

Теоретическая и практическая значимость полученных автором результатов

Полученные в диссертации результаты являются существенным вкладом в развитие теории приближения аналитических функций и могут быть использованы в МИРАН им. В.А.Стеклова, в Московском, Санкт-Петербургском, Казанском, Худжандском, Хорогском, Таджикском национальном университетах и в Институте математики АН РТ им. А.Джураева.

Оценка содержания диссертации, её завершенность

Диссертация состоит из введения, двух глав, списка литературы и имеет объем 86 страниц машинописного текста, набранного на LaTeX'e.

Во введении дан краткий обзор результатов, связанных с темой диссертации, обоснована актуальность темы и приведены формулировки основных результатов. В §1.1 приведены необходимые для дальнейшего факты и определения, а в остальных трех параграфах подробно излагаются результаты автора. В §1.2 (теоремы 1.2.1-1.2.3) приводятся точные оценки величины производной первого порядка аналитической в круге функции $f(z) \in H_{p,a}^{(2)}, 1 \leq p \leq \infty$ через усредненные значения модуля непрерывности самой функций и модуля непрерывности её второй производной по аргументу в пространстве Харди $H_p, 1 \leq p \leq \infty$ и в качестве следствия получены точные неравенства для нормы производных алгебраических комплексных

полиномов через усредненные значения модуля непрерывности самих полиномов. В §1.3 (теорема 1.3.1) доказаны точные неравенства для оценки величины нормы второй производной по аргументу в $H_p, 1 \leq p \leq \infty$ через усредненное значение модуля гладкости её второй производной. С использованием неравенства Зугмунда (теорема 1.3.2) доказана точная оценка нормы второй производной алгебраического полинома через усредненное значение модуля гладкости самого полинома в пространстве H_p . Этот же результат в теореме 1.3.3 обобщается на случай модуля гладкости в $L_q(1 \leq q \leq \infty)$ норме. В §1.4 (теорема 1.4.1) приводится точная оценка производной k -го порядка в H_2 через усредненные с конкретными весами модули гладкости самой функции и ее старшей производной. В теореме 1.4.1 приводится обобщение неравенства Н.Айнуллоева об оценке нормы производной r -го порядка тригонометрического полинома через усредненное значение модуля гладкости самого полинома в $L_q(1 \leq q \leq \infty)$ норме.

Во второй главе диссертации доказаны неравенства между величинами наилучших приближений и модулями гладкости m -го порядка в пространстве Харди $H_p, 1 \leq p \leq \infty$. Вычислены точные значения n -поперечников для различных классов функций. Основным результатом §2.1 является теорема 2.1.3, в которой доказывается точное неравенство между величиной наилучшего приближения функции $f \in H_p^{(r)}(1 \leq p \leq 2)$ и модулем гладкости m -го порядка в H_2 . Аналогичный результат для $f \in H_{p,a}^{(r)}(1 \leq p \leq 2)$ доказывается в теореме 2.1.4. В последние трёх параграфах второй главы (§2.2 – 2.4) вычислены точные значения различных n -поперечников классов функций $\mathcal{F}_m^{(r)}(h), W_m^{(r)}(h), \mathcal{F}_m^{(r)}(h, \Phi), W_m^{(r)}(h, \Phi)$ (и соответственно классы $\mathcal{F}_{m,a}^{(r)}(h), W_{m,a}^{(r)}(h), \mathcal{F}_{m,a}^{(r)}(h, \Phi), W_{m,a}^{(r)}(h, \Phi)$).

Достоинства и недостатки в содержании и оформлении диссертации, влияние отмеченных недостатков на качество исследования

Достоинствами диссертации являются получения точных неравенств для оценки:

а) величины нормы первой производной (как обычной, так и по аргументу) аналитической в единичном круге функции через усредненное значение ее модуля непрерывности и модуля непрерывности ее второй производной;

б) величины нормы второй производной аналитической в единичном круге функции, принадлежащей пространству Харди $H_p, 1 \leq p \leq \infty$, через усреднённое значение модуля гладкости самой функции и через усреднённое

значение модуля гладкости её второй производной;

в) нормы производных комплексных алгебраических полиномов через усреднённые значения их модулей непрерывности и модулей гладкости;

г) величины наилучших приближений $E_{n-1}(f)_{H_p}$ через усреднённые значения модулей непрерывности m -го порядка r -ых производных $f^{(r)} \in H_p$ и $f_a^{(r)} \in H_p (1 \leq p \leq \infty)$;

д) нахождении точных значений различных n -поперечников некоторых классов аналитических функций принадлежащих H_2 .

Диссертационная работа и автореферат оформлены хорошо, имеется лишь небольшое число опечаток и неточностей, а также грамматических ошибок. Однако эти замечания не снижают достоинства диссертации и не могут существенно повлиять на ее оценку.

Соответствие автореферата основному содержанию диссертации

Автореферат полностью отражает содержание диссертации.

Соответствие диссертации и автореферата требованиям ГОСТ Р 7.0.11-2011

Диссертация и автореферат оформлены в соответствии с требованиями ГОСТ Р 7.0.11-2011.

Заключение о соответствии диссертации критериям, установленным "Положением о присуждении учёных степеней" по пунктам 10, 11 и 14

Диссертация написана автором самостоятельно и обладает внутренним единством. Основные результаты, опубликованные по теме диссертации, напечатаны в семи статьях, пять из которых входят в перечень ВАК МОН РФ. Оценивая новизну и значимость полученных результатов, следует отметить, что практически все они сформулированы в максимально простой форме и все теоремы носят окончательный характер. Все приведенные результаты являются новыми, либо являются существенным обобщением ранее известных результатов. Доказательство теорем корректны и их достоверность не вызывает сомнения.

Считаю, что диссертация Холмамадовой Шогуну Авобековны "Неравенства для производных аналитических функций и наилучшее полиномиальное приближение в пространстве Харди" удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК Российской Федерации к кандидатским диссертациям.

циям, а её автор заслуживает присуждения ей учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Официальный оппонент,

Саидусайнов Муким Саидусайнович

кандидат физико-математических наук,

01.01.01 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ,

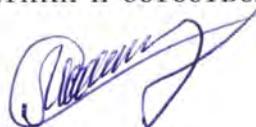
374055, Республика Таджикистан, г.Душанбе, ул.Дехоти 1/2,

Телефон: (+992 37) 234-83-46, E-mail: tguk@mail.ru, Сайт: [http:// www.tguk.tj](http://www.tguk.tj),

Таджикский государственный университет коммерции,

доцент кафедры высшей математики и естественные науки

16.11.2015



М.С.Саидусайнов

Подпись М.С.Саидусайнова подтверждаю
начальник отдел кадров Таджикского
государственного университета коммерции



М.Назири