ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию Мамадаёзова Назаралибека Мирзомамадовича
«Наилучшее приближение и значение поперечников некоторых функциональных классов в пространстве L_2»,
представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ

Диссертация посвящена важным экстремальным задачам теории приближений в пространстве $L_2 = L_2(\mathbb{T})$ на периоде $\mathbb{T} = \mathbb{R}/(2\pi\mathbb{Z}) = [0, 2\pi)$. А именно, в диссертации изучаются точные неравенства Джексона – Стечкина в терминах усредненных модулей непрерывности порядка $m \in \mathbb{N}$, а также точные значения различных n-поперечников (включая поперечники по Бернштейну, Колмогорову, Гельфанду) классов функций, задаваемых мажорантами указанных модулей непрерывности, как самих функций, так и их производных заданного натурального порядка.

Существенные результаты в упомянутых разделах теории приближениий получили Н.И.Черных, В.А.Юдин, Л.В.Тайков, В.И.Иванов, В.Ю.Попов, А.А.Лигун, В.В.Арестов, В.Г.Доронин, Н.Айнулоев, Е.Е.Бердышева, Д.В.Горбачев, Б.С.Вакарчук, М.Ш.Шабозов, С.Н.Васильев, А.И. Козко, А.В. Рождественский, В.С. Балаганский, Г.А.Юсупов и другие математики.

Не смотря на большое количество результатов в указанных направлениях, эта тематика остается актуальной ввиду важности соответствующих экстремальных задач, поскольку методы, появившиеся в результате их решений, как правило, оказываются полезными при решении других задач (например, задач теории кодирования). Кроме того, аппроксимация в L_2-метрике часто используется на практике.

Диссертация Н.М.Мамадаёзова объемом 73 страниц состоит из введения, двух глав и списка литературы, который содержит 40 наименований.

В первой главе рассматриваются вопросы, связанные с наилучшим приближением $E_{n-1}(f)$ периодических функций f в метрике пространства L_2 подпространством $\mathcal{T}_{2n-1}$ тригонометрических полиномов порядка $n-1$. В частности, в этой главе установлены точные неравенства Джексона – Стечкина в терминах усредненных модулей непрерывности порядка $m \in \mathbb{N}$ (теоремы 1.2.1, 1.2.2, 1.3.1), а именно получены неравенства (с точными константами A, B, C) следующих видов:

$$E_{n-1}^2(f) \le A \int_0^h \left(\frac{1}{t}\int_0^t \omega^2(f^{(r)}, u)du\right) dt, \quad r \in \mathbb{Z}_+, \quad n \in \mathbb{N}, \quad h \in (0, \pi/n];$$

$$E_{n-1}^2(f^{(r-s)}) \le B \int_0^h (h-t)\omega^2(f^{(r)}, t)dt, \quad r, s \in \mathbb{Z}_+, \quad s \le r, \quad n \in \mathbb{N}, \quad h \in (0, \pi/n];$$

$$E_{n-1}^2(f) \le C \left(\int_0^h \left(\frac{1}{t}\int_0^t \omega_m^{2/m}(f^{(r)}, u)du\right) dt\right)^{m/2}, \quad r \in \mathbb{Z}_+, \quad m, n \in \mathbb{N}, \quad h \in (0, \pi/n].$$

В этой же главе (теорема 1.4.1) найдены наилучшие приближения и наилучшие линейные приближения следующих классов функций в метрике пространства L_2 подпространством $\mathcal{T}_{2n-1}$:

$$W^{(r)}(h) = \left\{ f \in L_2^{(r)} : \left(\frac{2}{h^2}\int_0^h (h-t)\omega^2(f^{(r)}, t)dt\right)^{1/2} \le 1 \right\},$$

$$W^{(r)}(\Phi, h) = \left\{ f \in L_2^{(r)} : \left(\frac{2}{h^2}\int_0^h (h-t)\omega^2(f^{(r)}, t)dt\right)^{1/2} \le \Phi(h) \right\},$$

$$\mathcal{F}_m^{(r)}(h) = \left\{ f \in L_2^{(r)} : \int_0^h \left(\frac{1}{t}\int_0^t \omega_m^{2/m}(f^{(r)}, u)du\right) dt \le 1 \right\},$$

$$\mathcal{F}_m^{(r)}(\Psi, h) = \left\{ f \in L_2^{(r)} : \int_0^h \left(\frac{1}{t}\int_0^t \omega_m^{2/m}(f^{(r)}, u)du\right)^{m/2} dt \le \Psi(h) \right\}.$$

Здесь $L_2^{(r)}$ ($r \in \mathbb{Z}_+$, $L_2^{(0)} = L_2$) обозначает множество функций $f \in L_2$, у которых производные $(r-1)$-го порядка $f^{(r-1)}$ абсолютно непрерывны, а $f^{(r)} \in L_2$; $\Phi(t)$ и $\Psi(t)$ — непрерывные монотонно возрастающие функции, зануляющиеся в точке $t = 0$.

Во второй главе (теоремы 2.2.1, 2.3.1) найдены точные значения n-поперечников по Бернштейну, Колмогорову, Гельфанду, а также значения линейных и проекционных поперечников классов $W^{(r)}(h)$, $\mathcal{F}_m^{(r)}(h)$ для произвольных фиксированных $h \in (0, \pi/n]$, $m, n \in \mathbb{N}$, $r \in \mathbb{Z}_+$. Кроме того, в этой же главе (теоремы 2.2.2, 2.3.2) при определенных дополнительных ограничениях на мажорантные функции $\Phi(t)$ и $\Psi(t)$ найдены точные значения всех упомянутых выше поперечников классов

$$W^{(r)}(\Phi) = \bigcap_{h>0} W^{(r)}(\Phi, h), \qquad \mathcal{F}_m^{(r)}(\Psi) = \bigcap_{h>0} \mathcal{F}_m^{(r)}(\Psi, h).$$

Правда, в формулировках указанных теорем 2.2.2, 2.3.2, вместо классов $W^{(r)}(\Phi)$, $\mathcal{F}_m^{(r)}(\Psi)$ написаны классы $W^{(r)}(\Phi, h)$, $\mathcal{F}_m^{(r)}(\Psi, h)$. Это можно считать единственным замечанием. Это замечание, не является существенным, оно не влияет на достоверность и значимость полученных результатов. В остальном, диссертационная работа аккуратно оформлена, автор знает результаты, относящиеся к его тематике и правильно их цитирует. Основные результаты аккуратно сформулированы в виде теорем и следствий, которые полностью доказаны.

Все полученные в диссертации Н.М.Мамадаёзова результаты являются новыми, они имеют важное теоретическое значение. Тема исследований является перспективной и актуальной. В диссертации получены интересные и важные результаты. Диссертантом проделана кропотливая, трудоемкая и содержательная работа. Основные результаты диссертации опубликованы в 8 печатных работах автора и в совместных работах с научным руководителем, из них 5 статьей опубликованы в изданиях, входящих в действующий перечень ВАК России, а 3 стати опубликованы в трудах международных конференций. В совместных работах научному руководителю М.Ш.Шабозову принадлежит постановка задач и выбор метода доказательства.

Результаты диссертации могут быть использованы в организациях, научных институтах, занимающихся проблемами теории приближения функций, в частности, в Институте математики и механики им. Н.Н.Красовского Уральского отделения РАН, в Математическом Институте им. В.А.Стеклова РАН, Институте математики Сибирского Отделения РАН, Институте математики им. А.Джураева АН Республики Таджикистан, в учебном процессе при чтении спецкурсов в Московском государственном университете им. М.В.Ломоносова, Саратовском государственном университете им. Н.Г.Чернышевского, Санкт-Петербургском государственном университете, Уральском федеральном университете им. первого Президента России Б.Н.Ельцина, Таджикском национальном университете, Хогорском государственном университете им. М.Назаршоева и других.

Диссертационная работа Мамадаёзова Назаралибека Мирзомамадовича «Наилучшее приближение и значение поперечников некоторых функциональных классов в пространстве L_2» является законченным научным исследованием и соответствует требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней» ВАК РФ, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, а ее автор, Мамадаёзов Назаралибек Мирзомамадович, заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 — "вещественный, комплексный и функциональный анализ".

Официальный оппонент
доктор физ.-мат. наук,
заведующий отделом
аппроксимации и приложений
ИММ УрО РАН

А.Г. Бабенко
05.04.2016

Адрес: 620990, Россия, г. Екатеринбург,
ул. С. Ковалевской, 16, ИММ УрО РАН
Телефон: 8-343-3753436
E-mail: babenko@imm.uran.ru

Подпись А.Г. Бабенко удостоверяю

Ученый секретарь
ИММ УрО РАН
кандидат физ.-мат. наук

О.Н.Ульянов
05.04.2016