О Т З Ы В

научного руководителя на диссертацию Мамадаёзова Назаралибека Мирзомамадовича „Наилучшее приближение и значение поперечников некоторых функциональных классов в пространстве L_2", представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

В настоящее время теории приближения – одна из наиболее развивающихся ветвей математического анализа. В последние десятилетия наблюдается стремительное проникновение идей и методов теории аппроксимации в различные разделы современной математической и технической науки, особенно в прикладных направлениях. Именно эти идеи и методы, связанные с заменой сложных объектов более простыми и удобными в приложениях, стимулировали развитие теории приближения функций в прошлом и обеспечат интерес к ней в будущем. Отметим, что в настоящее время наиболее важный раздел теории приближения функций представляют экстремальные задачи, где требуется найти точную верхнюю грань погрешности приближения заданным методом на фиксированном классе функций или указать для этого класса наилучший аппарат приближения. Решение этих задач обеспечивает возможность на указанных классах вычислить точные значения всех известных в теории приближений n-поперечников.

В диссертационной работе Мамадаёзова Назаралибека Мирзомамадовича вышеперечисленные задачи решаются для некоторых классов периодических дифференцируемых функций в гильбертовом пространстве L_2.

Следует отметить, что по этой проблематике известны основополагающие работы Н.И.Черных, Л.В.Тайкова, А.Г.Бабенко, А.А.Лигуна, В.А.Юдина, В.И.Иванова и О.И.Смирнова, В.В.Шалаева, С.Б.Вакарчука, М.Ш.Шабозова и многих других. Отличительная черта работы Мамадаёзова Н.М. от всех работ вышеперечисленных авторов состоит в том, что соискатель указанные задачи решает для классов функций, задаваемых дважды усреднёнными модулями непрерывности высших порядков. Полученные в этом направлении результаты составляют содержание первой главы диссертации и вносят существенный вклад в теорию приближения.

Во второй главе диссертации найдены точные значения n-поперечников классов функций, возникающих естественным образом из результатов первой главы. Придерживаясь обозначений, принятых в работе, приводим в качестве примера один из основных результатов второй главы. Пусть

$$W^{(r)}(\Phi,h)=\left\{f\in L_2^{(r)}:\ \left(\frac{2}{h^2}\int\limits_0^h (h-t)\omega^2(f^{(r)};t)dt\right)^{1/2}\le \Phi(h)\right\},$$

где $m\in\mathbb{N}$, $r\in\mathbb{Z}_+$ и $0<h\le 2\pi$.

Теорема 2.2.2. *Пусть мажоранта Φ при любых $h\in(0,\pi]$, $n\in\mathbb{N}$ и $r\in\mathbb{Z}_+$ удовлетворяет условию*

$$\frac{\Phi(h)}{\Phi(\pi/n)}\ge\frac{\pi^2}{\pi^2-4}\begin{cases}1-\left(\dfrac{2}{nh}\sin\dfrac{nh}{2}\right)^2, & \text{если}\ \ 0<nh\le\pi,\\ 1-\dfrac{4}{\pi^2}+2\left(1-\dfrac{\pi}{nh}\right)^2, & \text{если}\ \ nh>\pi.\end{cases}\tag{1}$$

Тогда справедливы равенства

$$\lambda_{2n-1}\left(W^{(r)}(\Phi,h),L_2\right)=\lambda_{2n}\left(W^{(r)}(\Phi,h),L_2\right)=\left\{\frac{\pi^2}{2(\pi^2-4)}\Phi\left(\frac{\pi}{n}\right)\right\}^{1/2}\frac{1}{n^r},$$

где $\lambda_k(\cdot)$ – любой из k-поперечников: бернштейновский $b_k(\cdot)$, колмогоровский $d_k(\cdot)$, линейный $\delta_k(\cdot)$, гельфандовский $d^k(\cdot)$, проекционный $\pi_k(\cdot)$. Множество мажорантных функций Φ, удовлетворяющих условию (1), не пусто. Функция $\Phi_*(h)=h^\alpha$, где $\alpha=8/(\pi^2-4)$, удовлетворяет условию (1). Все поперечники реализуются частными суммами $S_{n-1}(f;x)$ порядка $n-1$ ряда Фурье функции $f\in L_2^{(r)}$.

Эта теорема является наиболее общей в этом направлении и содержит в качестве следствия известные результаты С.Б.Вакарчука и М.Ш.Шабозова.

Вторым из основных результатов второй главы является

Теорема 2.3.2. *Пусть мажоранта Ψ при любом $m\in\mathbb{N}$ удовлетворяет ограничениям*

$$\frac{\Psi^{2/m}(h)}{\Psi^{2/m}(\pi/n)}\ge\frac{1}{\pi-Si(\pi)}\begin{cases}nh-Si(nh), & \text{если}\ \ 0<h\le\pi/n,\\ 2nh-\pi-Si(\pi), & \text{если}\ \ h>\pi/n.\end{cases}\tag{2}$$

Тогда для любых $n\in\mathbb{N}$ и $r\in\mathbb{Z}_+$ имеют место равенства

$$\lambda_{2n-1}\left(\mathcal{F}_m^{(r)}(\Psi,h),L_2\right)=\lambda_{2n}\left(\mathcal{F}_m^{(r)}(\Psi,h),L_2\right)=n^{-r}\left\{\frac{n}{2(\pi-Si(\pi))}\right\}^{m/2}\Psi\left(\frac{\pi}{n}\right),$$

где $\lambda_k(\cdot)$ – любой из перечисленных в теореме 2.2.2 k-поперечников, а класс

$$\mathcal{F}_m^{(r)}(\Psi,h)=\left\{f\in L_2^{(r)}:\ \int\limits_0^h\left(\frac{1}{t}\int\limits_0^t\omega_m^{2/m}(f^{(r)},u)du\right)^{m/2}dt\le\Psi(h)\right\}.$$

Условию (2) удовлетворяет, например, функция $\Psi_*(t)=t^{m\alpha/2}$, где $\alpha=\pi/(\pi-Si(\pi))$. Все поперечники реализуются частными суммами $S_{n-1}(f;x)$ ряда Фурье функции $f\in L_2^{(r)}$.

Оценивая диссертацию в целом, следует отметить, что в ней получены интересные и важные результаты по теории приближения периодических дифференцируемых классов функций и отысканию точных значений различных поперечников.

Считаю, что диссертация Н.М.Мамадаёзова „Наилучшее приближение и значение поперечников некоторых функциональных классов в пространстве L_2" удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК Российской Федерации к кандидатским диссертациям, а её автор заслуживает присуждения ему учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Научный руководитель,
академик АН Республики Таджикистан,
доктор физ.-мат. наук, профессор **М.Ш. Шабозов**

25.09.2015

Подпись М.Ш. Шабозова подтверждаю,
ученый секретарь Института математики
им. А.Джураева АН РТ **И. Шокамолов**