

«УТВЕРЖДАЮ»

Ректор Таджикского национального университета,
академик АН РТ, профессор

Имомов М.С.

« 24 » апреля 2015г.

О Т З Ы В

ведущей организации на диссертацию Мирпочоева Фурката Маруфджоновича «Некоторые вопросы приближения кривых и оптимизация приближенного вычисления криволинейных интегралов первого рода», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 - Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

При исследовании инженерных задач, связанных с механикой деформируемого тела, геотехнической механикой, механикой грунтов и многих других технических проблем возникает задача описания их форм, вычисления площади и объемов. Получающиеся при этом кривые и поверхности имеют сложный вид, и появляется необходимость их математического описания более простыми функциями. Параллельно возникает необходимость в вычислении интегралов по этим кривым и поверхностям. Поскольку в подавляющем большинстве случаев полученные интегралы невозможно выразить через элементарные функции, то их вычисляют приближенно. Но многообразие методов приближенного интегрирования обширно, а значит существует оптимизационная проблема, связанная с выбором наилучшего метода приближенного интегрирования согласно выбранному критерию оптимальности.

Несмотря на полученный ряд окончательных результатов такими математиками, как С.М.Никольский, Н.С.Бахвалов, Н.П.Корнейчук, В.П.Моторный, А.А.Женсыкбаев, Б.Д.Боянов, А.А.Лигун, В.Ф.Бабенко, М.И.Левин, Ю.Г.Гиршович и многими другими, большое количество оптимизационных задач, связанных с приближенным вычислением интегралов, до сих пор остается нерешенным. Это в полной мере относится к таким интегралам, как криволинейные и сингулярные интегралы с положительными весовыми функциями. Также недостаточно изучены и экстремальные задачи, связанные с приближенным представлением кривых и поверхностей и возникающей при этом отыскании точной верхней грани погрешности

приближения на заданных классах кривых и поверхностей. В этом направлении исследований известно намного меньше окончательных результатов и можно лишь указать на некоторые точные результаты, полученные Н.П.Корнейчуком, В.Т.Мартынюком, Н.А.Назаренко, С.Б.Вакарчуком.

Поэтому рассмотренные в диссертационной работе Мирпоччоева Ф.М. задачи, связанные с оптимизацией погрешности приближения кривых и отысканием оптимальных квадратурных формул приближенного вычисления криволинейных интегралов первого типа на некоторых классах функций и кривых являются, несомненно, актуальными.

Диссертация состоит из введения, двух глав, списка использованной научной литературы 45 наименований и имеет объем 87 страниц машинного текста, набранного на Latex.

В первой главе диссертационной работы рассмотрены вопросы отыскания точных верхних граней погрешности приближения параметрически заданных кривых интерполяционными ломаными по произвольным узлам разбиения отрезка $[0, L]$, где L - длина приближаемой кривой. Для параметрически заданных кривых экстремальные задачи аппроксимационного характера изучены, например, в известных монографиях Б.Сендова «Хаусдорфовые приближения» (Из-во Болгарской АН, 1979, 372 с.) и Ю.С.Завьялова, Б.И.Квасова, В.Л.Мирошниченко «Методы сплайн-функций» (М., 1980), где приведены порядковые оценки погрешности аппроксимации различными сплайнами.

В связи с этим естественно возникает экстремальная задача нахождения точных значений верхних граней погрешности приближения параметрически заданными кривыми в различных метриках на классах кривых, удовлетворяющих некоторым ограничениям.

Полученные в параграфах 1.2 и 1.3 точные верхние грани погрешности приближения параметрически заданных кривых, вписанными в них интерполяционными ломанными на классах кривых $\mathcal{T}^{\omega_1, \omega_2}$ и $W^{(1,1)}\mathcal{T}^{\omega_1, \omega_2}$ являются окончательными. Следует отметить, что доказанная теорема 1.2.1 является своеобразным обобщением результата В.Н.Малоземова о приближении непрерывных функций интерполяционными ломаными на случай приближении плоских параметрически заданных кривых вписанными в них интерполяционными ломаными. Допустимая погрешность оценивается, как в хаусдорфовой, так и в евклидовой метрике. Указанные точные погрешности на этих классах кривых выражаются через модули непрерывности параметрически заданных уравнений $\varphi(s)$ и $\psi(s)$, либо через мажоранты их модулей непрерывности. Эти результаты затем в четвертом параграфе первой главы применяются к экстремальной задаче отыскания точной оценки погрешно-

сти аналога квадратурной формулы прямоугольников для приближенного вычисления криволинейных интегралов первого рода.

Во второй главе диссертации исследованы вопросы оптимизации весовых квадратурных формул приближенного вычисления криволинейных интегралов первого рода на различных классах функций и кривых. Особо следует отметить ряд точных результатов, полученных в этой связи. Так, в теореме 2.1.1 рассмотрена задача отыскания наилучших весовых квадратурных формул для классов функций, у которых $\|\text{grad } f(x, y)\|_{L_1(Q)} \leq D$. Эта теорема является аналогом известных результатов Ю.Гиршовича и М.Ш.Шабозова о наилучших весовых квадратурных формулах для класса $W^{(1,1)}L[a, b]$, на случай весовых квадратурных формул для класса $W^{(1,1)}L_1(Q; D)$. В частности, в следствии 2.1.1, вытекающего из этой теоремы, в случае $q(x(s), y(s)) = s^{-\gamma}$ ($0 < \gamma < 1$) получается результат М.Ш.Шабозова.

В теоремах 2.2.1 и 2.2.2 при конкретизации вектора узлов найдены простые на вид квадратурные формулы при $q(x(s), y(s)) = 1$ и $q(x(s), y(s)) = s$, оптимальные по коэффициентам в смысле Сарда, и вычислены их точные оценки погрешности на классах $W^{(1,1)}L_2(Q; D)$ функций $f(M) = f(x, y)$, у которых $\|\text{grad } f(x, y)\|_{L_2(Q)} \leq D$. В этих теоремах при данных весовых функциях полученный результат конкретизирован для систем узлов $S^* = \left\{ s_k : s_k = \frac{(k-1)L}{N-1} \right\}_{k=0}^N$ и вследствие этого наилучшими формулами являются квадратурные формулы типа Маркова. Аналогичный результат для классов функций \mathfrak{M}_{ρ_i} ($i = 1, 2, 3$) и класса кривых $\mathcal{T}^{\omega_1, \omega_2}$ получен при фиксированном векторе узлов $S^{**} = \left\{ s_k^{**} : s_k^{**} = \frac{kL}{N} \right\}_{k=0}^N$ при произвольной суммируемой весовой функции $q(x(s), y(s)) \geq 0$ в теореме 2.3.5.

В четвертом параграфе второй главы рассматривается задача отыскания наилучших квадратурных формул приближенного вычисления криволинейных интегралов первого рода для классов $W^{(1,1)}L_p(Q; D)$, ($1 \leq p \leq \infty$) - функций $f(x, y)$, удовлетворяющих условию $\|\text{grad } f(x, y)\|_{L_p(Q)} \leq D$. Основным результатом данного параграфа является теорема 2.4.1, где доказывается, что оптимальная квадратурная формула приближенного вычисления криволинейных интегралов первого рода по системе узлов $0 \leq t_1 < t_2 < \dots < t_{N-1} < t_N \leq L$ является квадратурной формулой средних прямоугольников. При этом для погрешности оптимальной квадратурной формулы найдена точная оценка

$$\mathcal{E}_N(W^{(1,1)}L_p; \mathfrak{N}_Q(L)) = \frac{DL^{1+\frac{1}{q}}}{2N\sqrt[q]{q+1}}, \quad \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1 \quad (1 \leq p \leq \infty).$$

Из полученной оценки, в частности, при $p = 1$ следует результат С.Б.Вакарчука.

Особо хочется отметить, что диссертационная работа хорошо оформлена и легко читается.

Однако, по диссертационной работе имеется ряд замечаний:

1. В теоремах 2.2.1 и 2.2.2 не отмечено, что найденные наилучшие квадратные формулы в смысле Сарда являются формулами типа Маркова.
2. В теореме 2.3.5 приведенной на стр.17 автореферата в точной оценке остатка под знаком суммы вместо « s^* » должно быть « s_k^* ».

Тем не менее, не взирая на приведенные замечания, полученные в диссертационной работе результаты и сделанные автором выводы являются правильными и обоснованными. Основные результаты диссертации являются новыми, получены персонально автором и в полном объеме изложены в научных изданиях по специальности. Автореферат в полном объеме отражает содержание и основные положения диссертации. Полученные в диссертации результаты, а также использованные в ней методы могут быть применены при изучении важных вопросов, связанных с приближенным вычислением определенных интегралов.

Считаю, что диссертационная работа Ф.М.Мирпоччоева «Некоторые вопросы приближения кривых и оптимизация приближенного вычисления криволинейных интегралов первого рода» удовлетворяет всем требованиям ВАК России, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Доцент кафедры математического анализа и теории функций, кандидат физико-математических наук



Лангаршоев М.Р.

Отзыв заслушан и утвержден на заседании кафедры математического анализа и теории функций механико-математического факультета Таджикского национального университета 17 апреля 2015 года.

Заведующий кафедрой математического анализа и теории функций, кандидат физико-математических наук, доцент



Кадыров Г.М.

Подпись Лангаршоева М.Р.
и Кадырова Г.М. заверяю
Начальник ОК ТНУ:



Эмомали С.