

Отзыв

официального оппонента на диссертацию Назрублоева Н.Н.
«Проблема Варинга с почти равными слагаемыми для пятых степеней»,
представленную на соискание учёной степени кандидата
физико-математических наук по специальности
01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел

Актуальность темы. Диссертация Н.Н.Назрублоева посвящена проблеме Варинга для пятых степеней с почти равными слагаемыми, являющейся исследованием в области аддитивной теории чисел. Основной задачей аддитивной теории чисел является вопрос о представлении некоторой последовательности натуральных чисел суммой ограниченного количества слагаемых заданного вида. Классическими примерами подобных задач являются тернарная проблема Гольдбаха, бинарная проблема Гольдбаха, проблема Варинга, проблема Варинга – Гольдбаха и теорема Эстермана, которым посвящены фундаментальные работы Лагранжа, Харди, Литлвуда, И.М.Виноградова, Ю.В.Линника, Т.Эстермана, Давенпорта, Чена, А.А.Карацубы, Г.И.Архипова, В.Н.Чубарикова, Вона, Вули и других.

Начиная со второй половины прошлого века аддитивные задачи стали рассматриваться с более жёсткими условиями, а именно, когда слагаемые почти равны. Первой решенной задачей такого типа является тернарная проблема Гольдбаха с почти равными слагаемыми, принадлежащая Хазелгрову, результат которого последовательно улучшили Статулявичус, Пан Чен-донг и Пан Чен-бяо, Зан-Тао, З.Х.Рахмонов и Чиа Чао-хуа. Выводу асимптотической формулы в проблеме Эстермана с почти равными слагаемыми посвящены работы З.Х.Рахмонова, Дж.А.Шокамоловой и Д.М.Фозиловой. Дж. Лиу и Зан Тао доказали теорему Хуа Ло Гена о представимости достаточно большого натурального числа N , $N \equiv 5 \pmod{24}$ в виде суммы пяти квадратов простых чисел в случае, когда эти слагаемые почти равны. Проблема Варинга с почти равными слагаемыми для девяти кубов и семнадцати четвёртых степеней ранее были решены З.Х.Рахмоновым и его учениками.

Структура и содержание работы. Диссертация состоит из введения, трёх глав и списка литературы. Первый параграф каждой главы носит вспомогательный характер.

Во введении содержится краткий обзор результатов, относящихся к теме диссертации, обосновывается актуальность темы, а также формулируются её основные результаты.

В первой главе доказана теорема 1.1 о поведении коротких тригонометрических суммы Г.Вейля вида:

$$T(\alpha; x, y) = \sum_{x-y < m \leq x} e(\alpha m^n), \quad \alpha = \frac{a}{q} + \lambda, \quad (a, q) = 1, \quad q \leq \tau, \quad |\lambda| \leq \frac{1}{q\tau},$$

в множестве точек первого класса. Показано, что правая часть полученной формулы в теореме 1.1 в случае α “близких” к рациональному числу a/q будет асимптотической формулой с главным членом (следствие 1.1.1) и оценкой в противном случае (следствие

1.1.2); Теорема 1.1 является обобщением теоремы Р.Вона о поведении тригонометрических сумм Г.Вейля в множестве точек первого класса.

Вторая глава состоит из трёх параграфов, посвящена коротким тригонометрическим суммам Вейля пятой степени и её основными результатами являются:

- теорема 2.1 о нетривиальной оценке со степенным понижением для коротких тригонометрических сумм Вейля $T(\alpha; x, y)$ пятой степени в множестве точек второго класса;
- теорема 2.2 о правильной по порядку оценки интегралов по периоду от модуля сумм $T(\alpha; x, y)$ в степенях 2^k , $1 \leq k \leq 5$, являющиеся обобщением теоремы Хуа Ло-кена о средних значениях для коротких сумм Г.Вейля.

Третья глава посвящена теореме об асимптотической формуле в проблеме Варинга для тридцати трёх пятых степеней с почти равными слагаемыми, в которой для $J(N, H)$ — число решений в целых числах x_1, x_2, \dots, x_{33} уравнения

$$x_1^5 + x_2^5 + \dots + x_{33}^5 = N, \quad \left| x_i - \left(\frac{N}{33} \right)^{\frac{1}{5}} \right| \leq H.$$

при условии $H \geq N^{\frac{1}{5} - \frac{1}{340} + \varepsilon}$ выводится асимптотическая формула. Эта теорема доказывается круговым методом Харди, Литтлвуда, Рамануджана в форме тригонометрических сумм И.М.Виноградова с использованием результатов, полученных в первой главе.

Степень достоверности результатов проведенных исследований. Основные результаты диссертации снабжены строгими математическими доказательствами, полученными в результате применения современных методов аналитической теории чисел, а именно:

- метод оценки специальных тригонометрических сумм и интегралов Ван дер Корпута с применением формулы суммирования Пуассона, оценки тригонометрических интегралов по величине модуля производных, оценки полных рациональных сумм Хуа Ло-кена;
- метод оценок тригонометрических сумм Г.Вейля;
- круговой метод Харди, Литтлвуда и Рамануджана в форме тригонометрических сумм И.М. Виноградова.

Новизна и практическая значимость, ценность научных работ соискателя. Полученные результаты являются новыми и заключаются в следующем:

1. изучено поведение коротких тригонометрических сумм Г. Вейля вида $T(\alpha; x, y)$ в множестве точек первого класса;
2. найдена нетривиальная оценка коротких тригонометрических сумм Вейля $T(\alpha; x, y)$ пятой степени в множестве точек второго класса;
3. обобщена теорема Хуа Ло-кена для коротких тригонометрических сумм Г.Вейля пятой степени, а именно найдена правильная по порядку оценка интеграла от тридцать второй степени модуля короткой тригонометрической суммы Г. Вейля пятой степени;

4. доказана асимптотическая формула для количества представлений достаточно большого натурального числа в виде суммы тридцати трёх пятых степеней почти равных натуральных чисел.

Диссертационная работа носит теоретический характер и полученные в ней результаты и методика их получения могут быть приложены при исследовании аддитивных задач варинговского типа с почти равными слагаемыми, распределения дробных частей значений многочленов, аргумент которого принимает значения из коротких интервалов. Их также можно рекомендовать для использования на спецкурсах и исследованиях, проводимых в научных коллективах МИРАН, в МГУ им. М.В. Ломоносова, в МГПУ и в Таджикском национальном университете.

Полнота изложения материалов диссертации в работах, опубликованных соискателем и апробация. Основные результаты работы опубликованы в 6 работах, в том числе 5 статей в журналах из списка ВАК РФ, рекомендуемых для кандидатских диссертаций и прошли надлежащую апробацию на научно-исследовательских семинарах и международных конференциях.

Замечания. Критических замечаний по оформлению и содержанию диссертации, влияющих на общую оценку нет. Имеющиеся в диссертации отдельные опечатки редакционного и стилистического характера не вносят особых трудностей при её чтении.

Выводы. Автореферат достаточно полно и точно отражает содержание диссертации. На основании вышеизложенного считаю, что диссертация Н.Н.Назрублоева «Проблема Варинга с почти равными слагаемыми для пятых степеней» представляет собой законченное самостоятельно выполненное научное исследование, имеющее существенное значение для аналитической теории чисел, соответствует критериям установленным Положением о порядке присуждения учёных степеней, утвержденного Постановлением Правительства РФ от 24.09 2013 г. №842, а её автор заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел.

Кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры высшей математика и
естественные науки Таджикского
государственного университета коммерции
734055, г. Душанбе, ул. Дехоти 1/2
e-mail: shj82@mail.ru



Дж.А Шокамолова

Подпись Дж.А.Шокамоловой заверяю
Начальник отдела кадров



М. Назири