

## **Отзыв**

### **официального оппонента на диссертационную работу**

#### **Нематуллоева Олимджона Акбаровича**

«О разрешимости и спектральных свойствах вариационной задачи Дирихле для вырождающихся эллиптических операторов в ограниченной области», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

#### **Актуальность избранной темы**

Диссертационная работа Нематуллоева О.А. посвящена исследованию разрешимости обобщенных граничных задач для вырождающихся эллиптических уравнений в ограниченной области и изучению асимптотики дискретного спектра соответствующих дифференциальных операторов. Такие задачи являются объектами исследования специального направления в современной теории дифференциальных уравнений в частных производных, так как математическое моделирование ряда прикладных задач в газовой динамике, теории изгибов поверхностей вращения приводят к граничным задачам для вырождающихся эллиптических уравнений, и проблема исследования спектральных асимптотик вырождающихся дифференциальных операторов довольно часто и естественным образом возникает при решении задач квантовой механики, теории колебаний тонких оболочек и других разделов физики. В настоящее время этим проблемам посвящено довольно большое количество научных работ. В работе Нематуллоева О.А. применяется метод, который основан на результатах из функционального анализа и теории нормированных пространств дифференцируемых функций многих вещественных переменных. Этот метод ранее создавался и совершенствовался в работах многих математиков, среди которых Никольский С.М., Кудрявцев Л.Д., Трибель Х., Лизоркин П.И., Бойматов К.Х., Успенский С.И., Мирошин Н.В., Исхоков С.А., Байдельдинов Б.Л. и др. Поэтому диссертационная работа расширяет область применения этого метода на новые, ранее не исследованные задачи, и она выполнена на актуальную тему.



## **Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации**

Все утверждения и теоремы, научные положения, выводы и рекомендации, сформулированные в диссертации, а также полученные автором формулы и неравенства, полностью обоснованы.

### **Достоверность и новизна, полученных результатов**

В диссертации получены следующие основные результаты:

- Доказана теорема об однозначной разрешимости вариационной задачи Дирихле с однородными граничными условиями для эллиптических уравнений высшего порядка в ограниченной области со степенным вырождением на границе.
- Найдены достаточные условия однозначной разрешимости вариационной задачи Дирихле с неоднородными граничными условиями для эллиптических уравнений высшего порядка в ограниченной области, коэффициенты которых имеют степенное вырождение на границе и принадлежат некоторым весовым  $L_p$ -пространствам.
- Исследована фредгольмова разрешимость вариационной задачи Дирихле с однородными и неоднородными граничными условиями для эллиптических уравнений высшего порядка в ограниченной области, коэффициенты которых имеют степенное вырождение на границе и принадлежат некоторым весовым  $L_p$ -пространствам.
- Доказана асимптотическая формула, характеризующая рост собственных значений вырождающегося эллиптического оператора на бесконечности.

Основные результаты, приведенные в диссертации, являются достоверными и новыми.

### **Теоретическая и практическая значимость полученных автором результатов**

Полученные в диссертации результаты имеют большую теоретическую значимость и могут быть использованы специалистами, занимающимися исследованиями обобщенных краевых задач для вырождающихся уравнений с частными производными и спектральных асимптотик эллиптических операторов с вырождением, работающими в Математическом институте им. В.А. Стеклова РАН, в МГУ им. М.В. Ломоносова, в Воронежском государственном



университете, в Северо-восточном федеральном университете им. М.К. Аммосова, в Институте математики им. А.Д. Джураева АН Республики Таджикистан, в Таджикском национальном университете и других институтах и университетах.

### **Оценка содержания диссертации, её завершенность**

Диссертация состоит из введения и трех глав. Во введении дается обзор литературных источников, обосновывается актуальность выбранной темы, приводятся постановки основных задач и излагаются основные результаты диссертации.

Первая глава диссертации состоит из трех параграфов. В первом параграфе определены основные пространства дифференцируемых функций многих вещественных переменных, нормы которых задаются с некоторыми степенными весами, и сформулированы основные известные теоремы об их свойствах. Основным результатом второго параграфа являются некоторые весовые неравенства для оценки норм произведения производных двух функций. С помощью этих интегральных неравенств, в третьем параграфе получен аналог неравенства Гординга для одного широкого класса эллиптических операторов со степенным вырождением на границе.

Вторая глава диссертации состоит из двух параграфов. В первом параграфе исследуется разрешимость вариационной задачи Дирихле с однородными граничными условиями для вырождающихся эллиптических уравнений. Случай неоднородных граничных условий изучается во втором параграфе. Доказательства основных результатов второй главы существенно опираются на аналог неравенства Гординга, полученного в третьем параграфе первой главы.

Третья глава диссертации состоит из трех параграфов. В первых двух параграфах исследована фредгольмовая разрешимость обобщенной задачи на собственные значения для эллиптических операторов высокого порядка в ограниченной области со степенным вырождением на границе области. Асимптотика собственных значений этих операторов изучена в третьем параграфе.

Диссертация О.А. Нематуллоева является самостоятельной, завершенной научной квалификационной работой.



## **Достоинства и недостатки в содержании и оформлении диссертации, влияние отмеченных недостатков на качество исследования**

Несомненным достоинством диссертационной работы О.А. Нематуллоева является тот факт, что в ней сначала доказывается разрешимость исследуемых задач для вырождающихся эллиптических уравнений в общей постановке и затем уточняются эти результаты в зависимости от гладкости границы области и от параметра вырождения. Выделяются случаи, когда в явном виде выражается зависимость количества граничных условий от степени вырождения старших коэффициентов эллиптического оператора. Доказывается дискретность спектра одного класса вырождающихся эллиптических операторов и изучена его асимптотика на бесконечности.

В качестве замечания, отметим, что в работе имеется ряд опечаток и грамматических неточностей, которые легко устраняются и никоим образом не влияют на общую оценку работы.

### **Соответствие автореферата основному содержанию диссертации**

Автореферат соответствует основному содержанию диссертационной работы.

### **Соответствие диссертации и автореферата требованиям ГОСТ Р 7.0.11-2011**

Диссертация и автореферат в целом соответствуют требованиям ГОСТ Р 7.0.11-2011. В списке литературы библиографические записи соответствуют требованиям ГОСТ не в полной мере.

### **Заключение о соответствии диссертации критериям, установленным «Положением о присуждении ученых степеней» по пунктам 10, 11 и 14**

Основные результаты получены автором лично и обладают внутренним единством. Результаты, выдвигаемые для публичной защиты, свидетельствуют о личном вкладе автора в теорию граничных задач для вырождающихся эллиптических уравнений и могут служить основой для новых исследований по этому направлению. Все утверждения и теоремы полностью обоснованы. Основные результаты диссертации опубликованы в шести научных статьях, три из которых входят в перечень ВАК МОН РФ, докладывались на научных семинарах отдела теории функций Института математики им. А. Джураева АН РТ (г. Душанбе, 2011 – 2015 гг.), на семинарах кафедры математического анализа Курган-Тюбинского Госуниверситета им. Н. Хусрава (г. Курган-Тюбе, 2012 –



2015 гг.) и на нескольких международных научных конференциях. Ссылки на авторов и на использованные в диссертации источники имеются.

Диссертация Нематуллоева Олимджона Акбаровича на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук является научно-квалификационной работой, в которой содержатся решения задач, имеющих существенное значение для теории уравнений с частными производными, что соответствует требованиям П.9 Положения о присуждения ученых степеней, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Официальный оппонент,

Шарипов Бобоали,

кандидат физико-математических наук,

01.01.02 – дифференциальные уравнения, математическая физика,

доцент кафедры Математики в экономике Института предпринимательства и сервиса Республики Таджикистан,

734055, Таджикистан, г. Душанбе, ул. Борбада-55,

E-mail: [boboali.sharipov@mail.ru](mailto:boboali.sharipov@mail.ru),

Тел. 917507554

06.04.2016 г.


 Шарипов Б.

Подпись доцента

Шарипова Б. заверяю

Нач. ОК ИСПРТ



 М. Вазиров