

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию

Солиева Сафарбека Курбонхоловича

на тему «Невырожденность некоторых краевых задач типа Штурма-Лиувилля для обыкновенных дифференциальных уравнений четвертого порядка и их функция Грина» по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

1. Актуальность темы.

Исследованиям задачи Штурма-Лиувилля

$$-(pu')' + qu = \lambda tu \quad (0 \leq x \leq l), \quad (1)$$

$$u(0) = u(l) = 0 \quad (2)$$

посвящена огромная литература в отечественной и зарубежной науке. Благодаря работам таких авторов как Ф.Р.Гантмахер, Н.Левинсон, М.Г.Крейн, Б.М.Левитан, З.Л.Лейбензон, Ю.В.Покорный, А.Н.Тихонов, В.А.Юрко и многих других решен ряд важных и сложных проблем, изучены многие свойства прямых и обратных задач, разработан ряд эффективных методов исследования, нашедших широкие применения далеко за пределами указанной области. Дальнейшее развитие этой теории связано с исследованием дифференциальных уравнений высших порядков со сложным заданием краевых условий, возникающих во многих задачах механики и других разделах естествознания.

Основной объект, изучаемый в диссертации С.К.Солиева, - это дифференциальное уравнение четвертого порядка

$$(py''')'' - (qy')' = f. \quad (3)$$

Оно рассматривается на множестве Γ , состоящем из объединения совокупности интервалов $\gamma_i = (a_{i-1}, a_i)$ ($i = 1, 2, \dots, m$) и множества их общих концов $A = \{a_1, a_2, \dots, a_{m-1}\}$. При этом в точках множества A задаются условия связи, а в граничных точках a_0 и a_m задаются краевые условия. В диссертации такие задачи названы нестандартными. Нестандартные задачи возникают, например, при моделировании деформации систем упругих континуумов (стержней, балок и т.п.), соединенных по типу цепочки.

Интересными и важными (как с теоретической, так и практической точек зрения) представляются исследования в таких малоизученных направлениях как выделение основных видов нестандартных задач для уравнения (3), определение условий их разрешимости (в том числе однозначной разрешимости), вопросы существования

функции Грина и определения основных её свойств и т.д. Диссертация С.К.Солиева посвящена исследованию ряда вопросов в указанных направлениях. Выбранная тема актуальна.

2. Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций.

Все утверждения (теоремы и леммы) и выводы, сформулированные в диссертации, обоснованы строгими математическими доказательствами.

3. Достоверность и новизна полученных результатов.

В диссертации получены следующие основные результаты:

- для уравнения $(py'')'' = f$ на отрезке (a, b) получены условия однозначной разрешимости при граничных условиях типа Штурма-Лиувилля;

- выделены граничные условия, обеспечивающие однозначную разрешимость краевых задач для уравнения (3);

- установлен аналог принципа максимума для решений однородного уравнения $(py'')'' - (qy)'' = 0$ на множестве Γ . Граничные условия выбираются так, чтобы однозначная разрешимость краевых задач для уравнения (3) следовала бы из принципа максимума.

- указан подход к определению функции Грина (отличный от аксиоматического), адаптированный к нестандартным краевым задачам вида (3) и позволяющий выписать эту функцию в явном виде.

Основные результаты, приведенные в диссертации, являются достоверными и новыми.

4. Теоретическая и практическая значимость полученных результатов.

Полученные в диссертации результаты имеют большую теоретическую и практическую значимость. В ней дана классификация основных видов нестандартных задач, определены условия их разрешимости, изучены вопросы существования и построения функции Грина. Полученные результаты могут оказаться полезными при исследовании различных прикладных задач в физике, механике, строительстве и др.

5. Оценка содержания диссертации, её завершенность.

Диссертация состоит из введения и двух глав. Во введении дается обзор литературных источников, приводятся постановки основных задач и обосновывается их актуальность.

Первая глава посвящена вопросу об однозначной разрешимости нестандартных краевых задач для дифференциального уравнения вида (3). Она состоит из четырёх параграфов. В первом параграфе приводятся необходимые вспомогательные понятия и

утверждения из теории краевых задач. Во втором параграфе исследуется вопрос о невырожденности краевой задачи для дифференциального уравнения

$$(p(x)y'')'' = f(x) \quad (0 \leq x \leq l)$$

при граничных условиях типа Штурма-Лиувилля. В третьем параграфе аналогичный вопрос рассматривается для дифференциального уравнения

$$(p(x)y'')'' - (q(x)y')' = f(x) \quad (a \leq x \leq b)$$

Наконец, в четвертом параграфе главы I рассматриваются нестандартные краевые задачи для дифференциального уравнения вида (3) на множестве Γ .

Вторая глава диссертации посвящена изучению функций Грина краевых задач, рассмотренных в первой главе. Метод анализа функции Грина отличается от классического (аксиоматического) метода; он адаптирован к нестандартным задачам, рассмотренным в § 4 главы I. В первом параграфе главы II рассматриваются линейные двухточечные краевые задачи, для которых определяется функция Грина и изучаются основные ее свойства. Во втором и третьем параграфах аналогичные вопросы изучаются для краевых задач, рассмотренных соответственно во втором и третьем параграфах главы I. Наконец, в четвертом параграфе изучается вопрос о функции Грина нестандартных краевых задач, рассмотренных в § 4 главы I.

Работа в целом является завершенным научным исследованием, выполненным на актуальную тему. Диссертация содержит большое количество результатов, представляющих немаловажный научный интерес.

6. Достоинство и недостатки в содержании и оформлении диссертации, влияние отмеченных недостатков на качество исследования.

Несомненным достоинством содержания диссертации Солиева С.К. является тот факт, что в ней последовательно и с детальным обоснованием излагаются теоретические положения, позволяющие с достаточной полнотой изучить вопросы об однозначной разрешимости нестандартных краевых задач и об их функциях Грина. Работа демонстрирует достаточно высокий уровень математической культуры автора. Диссертация оформлена и написана достаточно хорошо, к изложению и оформлению особых замечаний нет.

В качестве замечания отмечу следующее:

- в диссертации основными являются вопросы разрешимости различных (в том числе, нестандартных) краевых задач. Однако, автор не приводит строгого определения решения рассматриваемых задач (хотя по смыслу ясно, что речь идет о классическом понятии решения).

- на стр. 32 говорится о том, что «Ранее ... краевая задача (1.2.1) – (1.2.3) рассматривалась лишь в одном частном случае, когда коэффициенты $\alpha_0 = \beta_0 = 1$. При этом реальный физический случай, когда α_0, β_0 любые неотрицательные числа, из рассмотрения выпадал». Здесь следует отметить, что случай $\alpha_0 = \beta_0 = 1$ не такой уж частный, так как в силу однородности условий (1.2.2)-(1.2.3) случай $\alpha_0 > 0, \beta_0 > 0$ сводится к случаю $\alpha_0 = \beta_0 = 1$.

- в диссертации приводится много абстрактных теорем о разрешимости краевых задач, о существовании функции Грина, но отсутствуют примеры, как-либо иллюстрирующих эти теоремы;

- список литературных источников нельзя признать достаточно полным, его следовало бы расширить, в первую очередь, за счет современных источников.

- в диссертации имеется небольшое количество опечаток (в том числе в формулах: например, на стр. 46, 7 строка снизу) и неудачных предложений.

Указанные замечания не влияют на общую положительную оценку качества проведенных исследований.

7. Соответствие автореферата основному содержанию диссертации.

Автореферат соответствует основному содержанию диссертации.

8. Соответствие диссертации и автореферата требованиям ГОСТ.

Диссертация и автореферат в целом соответствуют требованиям ГОСТ Р 7.0.11-2011. Список литературы соответствует требованиям ГОСТ не в полной мере.

9. Заключение о соответствии диссертации критериям, установленным «Положением о присуждении ученых степеней» по пунктам 10, 11 и 14.

Диссертация Солиева С.К. соответствует критериям, установленным «Положением о присуждении ученых степеней» по пунктам 10, 11 и 14:

(П. 10): Диссертация написана автором самостоятельно, обладает внутренним единством, содержит новые научные результаты и положения в теории краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений, выдвигаемые для публичной защиты, и свидетельствует о личном вкладе автора диссертации в теорию дифференциальных уравнений. Полученные автором результаты могут быть использованы при решении задач об однозначной разрешимости неклассических краевых задач для линейных дифференциальных уравнений 4-го порядка и задач о существовании и построения функции Грина указанных задач, следовательно, и их решений. Полученные результаты являются развитием других известных работ как в направлении повышения порядка уравнения, так и расширения классов краевых условий.

(П. 11): Основные научные результаты диссертации опубликованы в четырех рецензируемых научных изданиях.

(П. 14): Необходимые ссылки на авторов и источники заимствования материалов в диссертации имеются. Автор также отмечает то обстоятельство, что некоторые научные работы он выполнил в соавторстве.

Диссертация Солиева Сафарбека Курбонхоловича на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук является научно-квалификационной работой, в которой содержится решение задачи анализа однозначной разрешимости и существования функции Грина некоторых нестандартных краевых задач для дифференциальных уравнений четвертого порядка, имеющей существенное значение для развития общей теории краевых задач, а именно, дана классификация основных видов нестандартных краевых задач, определены условия их однозначной разрешимости, изучены вопросы существования и построения функции Грина, что соответствует требованиям п. 9 Положения о присуждении ученых степеней, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Официальный оппонент,

Юмагулов Марат Гаязович,

Доктор физико-математических наук,

01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление,

450078, Российская федерация, г. Уфа, ул. Владивостокская, д. 12, кв. 128.

E-mail: yum_mg@mail.ru

ФГБОУ ВПО «Башкирский государственный университет»,

Заведующий кафедрой дифференциальных уравнений.

09.10.2015 г.

М.Г. Юмагулов



Личную подпись		
<i>М.Г. Юмагулови</i>		
Завещаю		
начальник отдела кадров Башкирского государственного университета		
<i>И.А. Асламова</i>		
« 09 »	10	20 15 г.