

Отзыв

официального оппонента на диссертационную работу Солиева Сафарбека Курбонхоловича “Невырожденность некоторых краевых задач типа Штурма-Лиувилля для обыкновенных дифференциальных уравнений четвертого порядка и их функция Грина”, представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01. 01. 02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Актуальность темы диссертации

Настоящая диссертационная работа посвящена исследованию разрешимости некоторых классов краевых задач типа Штурма-Лиувилля для обыкновенных дифференциальных уравнений 4-го порядка, и анализа их функции Грина.

Как известно, классическая задача Штурма-Лиувилля

$$-(p(x)u')' + q(x)u = \lambda tu \quad (0 \leq x \leq l) \quad (1)$$

с граничными условиями

$$u(0) = u(l) = 0 \quad (2)$$

при $p(x) > 0$, $q(x) \geq 0$, $t(x) \geq 0$, ($t(x) \not\equiv 0$) обладает свойствами:

- 1) $0 < \lambda_1 < \lambda_2 < \dots < \lambda_n < \dots$, для собственных значений и
- 2) собственные функции $\varphi_k(x)$, соответствующие собственным значениям λ_k , в $(0, l)$ имеют точно k - простых нулей, перемежающиеся с нулями функции $\varphi_{k+1}(x)$.

Эти свойства, называемые гармоническими, имеют место также для собственных колебаний обычной струны.

Распространением гармонических свойств для более общих задач, в том числе, для уравнений четвертого порядка, занимались О. Келлог, М. Г. Крейн, С. Карлин, А. Ю. Левин, Г. Д. Степанов, Ю. В. Покорный, В. Я. Дерр и др.

В Воронеже Ю. В. Покорным и его учениками исследована задача (1) – (2) на графах, т.е. пространственных сетях.

Настоящая диссертационная работа примыкает к исследованиям воронежских математиков. В ней изучается краевая задача для уравнения четвертого порядка как на отрезке, так и на одномерном графе, который понимается как некоторая одномерная структура, состоящая из объединения отрезков $\gamma_i = (a_{i-1}, a_i)$: $\Gamma = \cup \gamma_i = \cup (a_{i-1}, a_i)$. В физическом смысле в качестве Γ служит натянутая цепочка стержней.

В диссертационной работе рассматривается дифференциальное уравнение 4-го порядка

$$(p(x)y''')'' - (q(x)y')' = f(x) \quad (3)$$

в множестве $\Gamma = \cup \gamma_i$ с условиями связи в точках a_1, a_2, \dots, a_{m-1} сочленения отрезков $\gamma_i = (a_{i-1}, a_i)$ и граничными условиями в точках a_0 и a_m . В отличие от классической задачи на отрезке, такую задачу автор называет нестандартной. Отметим, что подобные нестандартные задачи возникают при различных исследованиях в областях физики, механики, биологии и других разделах прикладных наук.

Научная новизна

Почти все основные результаты, приведенные в диссертации являются новыми. В их числе следует отметить:

1) Для дифференциального уравнения (3) на отрезке (a, b) , в случае $q(x) \equiv 0$ получены условия невырожденности (т.е. однозначной разрешимости) краевых задач при граничных условиях типа Штурма-Лиувилля, наиболее общего вида, охватывающие все реально известных случаи закрепления концов стержня (в физическом смысле);

2) Установлено, что решение однородного уравнения (3) $f(x) \equiv 0$ при некоторых граничных условиях обладают свойством монотонности на отрезке, на основании которого выделены граничные условия, обеспечивающие невырожденность краевых задач для уравнения (3) при $q(x) \geq 0$ ($q(x) \neq 0$);

3) На множестве Γ установлен принцип максимума решений для однородного уравнения (3) $f(x) \equiv 0$. Граничные условия выбираются так что условия разрешимости нестандартных краевых задач следует из этого принципа максимума;

4) Новый подход к определению функции Грина краевых задач, рассмотренных в работе позволяет выписать эту функцию в явном виде, в результате чего легко определяются основные свойства этой функции. Такой подход проиллюстрирован сначала для линейной двухточечной краевой задачи n -го порядке, затем и для нестандартных краевых задач;

Структура и объем работы

Диссертационная работа написана на 109 страницах. Она состоит из введения, двух основных глав и списка цитируемой литературы, состоящий из 42 наименований.

Содержание работы

Первая глава диссертации называется “Невырожденность краевых задач типа Штурма-Лиувилля для дифференциальных уравнений 4-го порядка”. Она состоит из 4-х параграфов.

В первом параграфе первой главы рассматривается линейная неоднородная двухточечная краевая задач в общем виде с непрерывными коэффициентами. На примере этой задачи вводятся основные понятия и

утверждения из теории краевых задач. В частности, приводится условие однозначной разрешимости этой задачи.

Во втором параграфе первой главы рассматривается краевая задача для уравнения (3) в случае $q(x) \equiv 0$. Найдены условия однозначной разрешимости этой задачи.

В третьем параграфа работы рассматривается уравнения вида (3) при $q(x) \not\equiv 0$ с граничными условиями типа Штурма-Лиувилля. Используя общую теорию дифференциальных и интегральных уравнений, диссертант находит условия разрешимости этой задачи на отрезке (a, b) .

В четвертом параграфе главы 1 рассматриваются нестандартные краевые задачи типа Штурма-Лиувилля для дифференциального уравнения (3) на множестве Γ . Такие задачи возникают при изучении целого ряда физических задач, например, при описании малых упругих колебаний натянутой цепочки шарнирно сочленений стержней при воздействии внешней силы. При этом коэффициенты $p(x)$ и $q(x)$ в уравнении (3) характеризуют, соответственно, жесткость и натяжение стержней, а $f(x)$ означает интенсивность внешней нагрузки. В случае, когда цепочка не растянута (т.е. $q(x) \equiv 0$), уравнение деформации на ребрах $\Gamma = \cup_{i=1}^{m-1} \gamma_i$ примет вид $(p(x)y'')'' = f(x)$. Для такого уравнения поставлены нестандартные краевые задачи и найдены условия их невырожденности.

Вторая глава диссертации называется “Функция Грина краевых задач типа Штурма-Лиувилля для дифференциальных уравнений 4-го порядка”. Здесь, в основном, изучается функция Грина краевых задач. Метод анализа функции Грина, используемой во второй главы работы, отличается от классического метода и он адаптирован к нестандартным задачам. При этом, диссертант воспользуется методикой исследования Ю. П. Покорного для ядра однородного интегрального уравнения.

В четырёх параграфах главы 2 рассматриваются краевые задачи, невырожденность которых были установлены в соответствующих параграфах главы 1. В условиях невырожденности этих краевых задач, доказаны существования для них единственной функции Грина, выписаны аналитические выражения для этих функций и, используя эти формулы, получены основные их свойства. Здесь следует отметить, что свойства срезки функции Грина для нестандартных краевых задач являются новыми и их невозможно обнаружить при аксиоматическом подходе к определению функции Грина.

В целом, диссертационная работа Солиева С.К. “Невырожденность некоторых краевых задач типа Штурма-Лиувилля для обыкновенных дифференциальных уравнений четвертого порядка и их функция Грина” является законченной научно-квалификационной работой, в которой

исследованы новые классы краевых задач для дифференциальных уравнений 4-го порядка, получены условия их невырожденности, а также построены для этих задач функции Грина в явном виде. Полученные в диссертационной работе результаты являются новыми, они получены автором самостоятельно и, несомненно, вносят определенный вклад в соответствующей области качественной теории краевых задач.

Основные результаты диссертации опубликованы в 4-х статьях, рекомендованных ВАК Министерства образования и науки Р Ф и в материалах трёх научных конференциях. Автореферат полностью соответствует содержанию диссертации.

В диссертационной работе имеются незначительное количества грамматических и стилистических ошибок. Например, часто пропущен аргумент функции p, q, t и т.д. Математические ошибки в работе не имеются. Доказательства теорем и утверждений приведены четко, и корректно. Некоторые незначительные неточности при оформлении работы были обсуждены с диссертантом ранее. Они в окончательном варианте диссертации не обнаружены.

Диссертационная работа соответствует всем требованиям постановления Правительства Российской Федерации “О порядке присуждения ученых степеней” №842 от 24 сентября 2013 года, предъявляемым к кандидатским диссертациям и ее автор Солиев Сафарбек Курбонхолович заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01. 01. 02 - Дифференциальных уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Шарипов Бобоали,

кандидат физико-математических наук,

01.01.02 - Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление,

доцент кафедры Математика в экономике Института предпринимательства и сервиса РТ.

734000, Таджикистан, г. Душанбе, ул. Борбад 65/6

Телефон 917 50 75 54. E – mail. boboali.sharipov@mail.ru

12.10.2015г

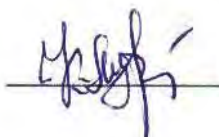
Подпись доцента

Шарипова Б. заверяю

Нач. ОК ИПС РТ



 Шарипов Б.

 М. Вазиров