Отзыв

научного руководителя на диссертационную работу Солиева Сафарбека Курбонхоловича “**Невырожденность некоторых краевых задач типа Штурма – Лиувилля для обыкновенных дифференциальных уравнений четвёртого порядка и их функция Грина**”, представленную к защите на соискание ученой степени кандидата физико – математических наук по специальности 01. 01. 02. – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Наиболее распространенные в современной математике идеи и методы своими корнями уходят в работы классиков прошлого (Ньютон, Эйлер, Даламбер, Лагранж и др.), исследования которых были посвящены существенно однородным физическим средам. Перенос соответствующих результатов на случаи неоднородных сред был связан, как правило, с разработкой принципиально новых средств анализа. Таковы были результаты Штурма, связанные с распространением тепла по неоднородному стержню и положившие начало спектральной теории краевых задач. Установленные Штурмом и верные для колебания струны такие свойства спектра, как число нулей собственных функций, его связь с номером, перемещаемость нулей и др., которых ныне называют осцилляционными, лишь через столетие были распространены М. Г. Крайном на неоднородную и многоопорную балку (стержень), деформация которой описывается дифференциальным уравнением четвёртого порядка. Развитие концепции М.Г. Крейна воронежскими математиками во главе с профессором Ю.В. Покорным привело к анализу существенно неоднородных сред типа сетки из струн и решётки из стержней.

Диссертационная рабата Солиева С. К. выдержана в духе отмеченной концепции. В ней рассмотрены краевые задачи типа Штурма – Лиувилля для некоторых классов обыкновенных дифференциальных уравнений четвёртого порядка. В работе, прежде всего, обсуждается невырожденность, т.е. однозначная разрешимость краевых задач, означающая их корректность, как модели реальных объектов. Далее, для этих задач строится и анализируется функция Грина. В работе для определения функции Грина применен метод, отличный от классического (аксиоматического), предложенный Ю.В. Покорным и его учениками при исследовании краевых задач на графах. Преимущество этого метода, по сравнению с аксиоматическим, заключается в том, что он адаптирован к нестандартным задачам и, кроме того, позволяется выписать функцию Грина в явном виде, откуда непосредственно будет следовать все её главные свойства.

Основные задачи, рассматриваемые в настоящей работе, являются нестандартные краевые задачи для дифференциальных уравнений четвёртого порядка, которые имеют вполне определенную физическую природу; они возникают при моделировании упругих деформаций неоднородных физических объектов типа цепочки из стержней. Эти задачи ставятся на множестве скалярнозначных функций, определенных и непрерывных на множестве Г, состоящий из объединения открытых интервалов $\gamma_i = (a_{i-1}, a_i)$ $(i = 1,2,\dots,m)$ и множества $A = \{a_1, a_2, \dots, a_{m-1}\}$ их общих концов. На каждом интервале γ_i задаётся самосопряженное дифференциальное уравнение четвёртого порядка. В каждой точке a_i множества A задаются условия трансмиссии, описывающие взаимодействия вдоль смыкающихся интервалов физического прототипа задачи. Эти условия трансмиссии трактуются как реализация рассматриваемого дифференциального уравнения в соответствующем узле. Таким образом, вводимый автором дифференциальный оператор оказывается поточено определяемый на всем Г дифференциальной процедурой. При таком подходе в качестве краевых выступают лишь условия в граничных узлах a_0 и a_m множества Г. Эти условия задаются в наиболее общей (с физической точки зрения) форме, охватывая все известные закрепления стержня в его конце.

Конечно, исследование нестандартных задач на множестве Г тесно связано с исследованием подобных задач на отрезке. Поэтому в работе изучены также классические краевые задачи типа Штурма – Лиувилля для уравнений четвёртого порядка на отрезке. Для таких краевых задач на отрезке изучен вопрос о невырожденности (однозначной разрешимости), а также вопрос о существовании и анализа функции Грина этих краевых задач. Применяемый в работе метод для определения функции Грина, прежде всего, адаптирован к нестандартным краевым задачам, для которых аксиоматический метод построения функции Грина не приемлим.

Различные типы рассматриваемых в работе нестандартных краевых задач, разнятся видами условий трансмиссии, которые определяются естественными видами скрепления стержней. Во всех случаях предполагается шарнирное сочленение. Однако, в одних задачах в шарнире присутствует ещё сосредоточенная упругая опора; в других – примыкание к шарниру плеча, упруго защемленного другим концом; третий тип условий предусматривает упругий люфт шарнира; наконец, рассматривается случай обычных шарниров при отсутствии дополнительных оговорок, но при условии, что все входящие в цепочку стержни растянуты, т.е. на каждом отрезке соответствующее дифференциальное выражение имеет ненулевой во всех точках коэффициент при второй производной. Все эти различные классы задач объединяются единым кругом вопросов и единым методами анализа.

Как было отмечено, в работе обсуждается невыроденность краевых задач типа Штурма – Лиувилля для дифференциальных уравнений четвёртого порядка. Это позволяет свести анализ функции влияния к анализу соответствующей функции Грина. В работе при этом выделяется важные свойства интегрального оператора, порождаемого функцией Грина. Наиболее важные фрагменты соответствующих доказательств связаны с распространением на Г классического принципа максимума и с углублением восходящих к М.Г. Крейну знакорегулярных свойств решений дифференциальных неравенств четвёртого порядка на отрезке.

Диссертационная работа Солиева С.К. дополняет теорию краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. С учётом глубины и качества установленных в работе результатов, а также их очевидной актуальности можно считать, что данная диссертационная работа удовлетворяет всем требованиям ВАК России, предъявляемым к кандидатским диссертациям. Её результаты достаточно широко опубликованы. Автореферат вполне адекватно отражает основное содержание диссертации. Её автор Солиев С.К. вполне заслуживает присвоения ему ученой степени кандидата физико – математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Научный руководитель,
главный научный сотрудник
отдела дифференциальных уравнений
Института математики им. А.Джураева АН РТ
доктор физико–математических наук, профессор Р.Мустафокулов.

Подпись Р.Мустафокулова подтверждаю,
Заместитель директора Института математики
им.А.Джураева АН РТ С.А.Исхоков.