

ОТЗЫВ

официального оппонента доктора физико-математических наук, профессора Сакса Ромэна Семеновича на диссертационную работу Воситовой Дилором Абдурасуловны «ОГРАНИЧЕННЫЕ И ПЕРИОДИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ С ДВУМЯ НЕЗАВИСИМЫМИ ПЕРЕМЕННЫМИ», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Актуальность темы диссертации

Как показано в работах В.С. Виноградова, Э. Мухамадиева, С. Байзаева, Д. Сафарова задача об ограниченных на всей плоскости решениях линейных эллиптических систем первого порядка, в общем, может быть не нётеровой. А именно, однородные системы могут иметь бесконечное число линейно независимых, ограниченных на всей плоскости решений. Поэтому актуальность изучения задач об ограниченных на всей плоскости решениях и решениях полиномиального роста для систем линейных уравнений в частных производных с двумя независимыми переменными с коэффициентами, определенными на всей плоскости не вызывает сомнений.

Научная новизна

Для эллиптических и гиперболических систем линейных уравнений с частными производными первого порядка с двумя независимыми переменными вида

$$U_x + AU_y + BU = F(x, y) \quad (1)$$

при условии, что матрицы A и B постоянные и перестановочны, разработан метод нахождения многообразия всех решений, построены решения,

растущие на бесконечности не быстрее чем полином степени N однородной системы. В случае, когда система (1) эллиптическая и состоит из двух уравнений, построены многообразие всех решений однородной системы из пространства Шварца и пространство решений, определенных во всей плоскости и растущих на бесконечности не быстрее чем полином степени N , а также получена формула для вычисления размерности этого пространства. Получены необходимые и достаточные условия нётеровости оператора $L: C_\alpha^1 \rightarrow C_\alpha$, где $Lw = w_{\bar{z}} + C(z)\bar{w}$, $C(z)$ – комплексная матрица-функция порядка n .

Структура работы

Диссертация состоит из введения и трех глав. Первая глава – вспомогательная, вторая глава посвящена системе (1), в третьей главе рассматриваются многомерные эллиптические системы вида $Lw = 0$. Список литературы включает 94 наименований. Диссертация изложена на 114 страницах компьютерного набора.

Анализ содержания работы

Во введении обоснована актуальность темы, приводятся обзор работ близких к теме диссертации и краткое содержание диссертации.

В первой главе приводятся основные понятия и утверждения из теории функциональных пространств, линейных операторов и уравнений с частными производными первого порядка с двумя независимыми переменными, а также известные факты, используемые в диссертации.

Вторая глава посвящена нахождению многообразия всех решений, решений из пространства Шварца и решений полиномиального роста системы (1) с постоянными коэффициентами. В первом параграфе в случае, когда система (1) эллиптическая и состоит из двух уравнений построено многообразие всех решений однородной системы из пространства Шварца. Во втором параграфе, при выше указанных условиях, для системы (1) рассмотрена задача о решениях однородной системы, определенных во всей

плоскости и растущих на бесконечности не быстрее чем полином степени N . Построена схема нахождения таких решений и получена формула для вычисления размерности пространства этих решений. Для случая обобщенной системы Коши–Римана полученные в этом параграфе результаты соответствуют ранее полученным результатам В.С.Виноградова. В третьем параграфе система (1) рассмотрена в общем случае. Здесь при условии, что матрицы A и B перестановочны, разработан метод нахождения многообразия всех решений этой системы. Для случая эллиптичности системы получено общее решение соответствующей однородной системы, а для случая гиперболичности – неоднородной системы. Далее из полученного общего решения однородной системы выделяются в явном виде решения, растущие на бесконечности не быстрее чем полином степени N , и найдена формула для вычисления размерности этого пространства таких решений. Полученные в этом параграфе утверждения и формулы для решений дополняют результаты С. Байзаева относительно решений систем вида $w_{\bar{z}} + Aw = 0$.

В третьей главе вначале рассматриваются эллиптические системы первого порядка вида

$$Lw \equiv w_{\bar{z}} + C(z)\bar{w} = 0 \quad (2)$$

в пространстве C_{α}^1 – функций, ограниченных вместе с частными производными первого порядка и равномерно непрерывных по Гёльдеру на всей плоскости, а затем – однородные системы, соответствующие неоднородной системе (1).

В первом параграфе получены условия тривиальной разрешимости системы (2) с постоянными коэффициентами в пространстве вектор-функций, определенных на всей плоскости и имеющих полиномиальный рост. Далее, для случая переменных коэффициентов исследован вопрос о нётеровости оператора $L: C_{\alpha}^1 \rightarrow C_{\alpha}$. Установлено, что если элементы

матрицы $C(z)$ являются слабо осциллирующими на бесконечности и при достаточных больших $|z|$ матрица $C(z)$ является симметрической, то оператор $L: C_\alpha^1 \rightarrow C_\alpha$ будет нётеровым, тогда и только тогда, когда нижний предел функции $|\det C(z)|$ на бесконечности будет положительным.

Во втором параграфе для случая, когда система (1) эллиптическая и состоит из двух уравнений, выделен класс таких однородных систем, для компонент решений которых имеет место принцип экстремума. Также выделен такой класс систем, для нормы решения которых справедливо утверждение типа принципа максимума. Третий параграф посвящен задаче нахождения периодических по переменным x и y решений системы (1). Получены необходимые и достаточные условия на коэффициенты системы, при выполнении которых соответствующая однородная система имеет ненулевые 2π – периодические по переменным x и y решения.

Результаты, полученные в диссертации являются новыми и достоверными. Все утверждения и теоремы обоснованы строгими математическими доказательствами. Основные результаты диссертации опубликованы в семи статьях, два из которых в журналах, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ, и в материалах трех научных конференций. Автореферат полностью отражает содержание диссертации.

В диссертации имеются незначительное число грамматических и стилистических ошибок. Доказательства некоторых утверждений растянуты. Эти замечания никак не умаляют значимость диссертации.

В целом, диссертация является законченной научно-квалификационной работой, в которой содержатся решения задач, которые имеют значение для развития теории уравнений с частными производными первого порядка с двумя независимыми переменными.

Диссертационная работа соответствует всем требованиям постановления Правительства Российской Федерации «О порядке присуждения ученых

степеней» № 842 от 24 сентября 2013 г., предъявляемым к кандидатским диссертациям и ее автор Воситова Дилором Абдурасловна заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

20.05.2015 г.

Доктор физико-математических наук, профессор,
ведущий научный сотрудник ФГБУН Института
математики с вычислительным центром
Уфимского научного центра Российской АН



Сакс Ромэн Семенович

450008, Российская Федерация,
г. Уфа, ул. Чернышевского, 112
Тел. 8 347 273 34 12; 8 347 273 33 42
E-mail: shaig@anrb.ru

