

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию Воситовой Дилором Абдурасуловны «Ограниченные и периодические решения систем уравнений в частных производных с двумя независимыми переменными», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Актуальность темы. Теория уравнений с частными производными первого порядка с двумя независимыми переменными и систем таких уравнений развит в работах С.Н.Бернштейна, И.Петровского, М.А.Лаврентьева, И.Н. Векуа, Л.Г.Михайлова, А.Д.Джураева и их последователей.

Одной из актуальных проблем в этой теории является задача об ограниченных и периодических во всей плоскости решениях.

Задачам о решениях, определенных во всем пространстве (полупространстве) изменения независимых переменных, уравнениям и системам уравнений с частными производными посвящено много работ, среди которых можно отметить работы В.С.Виноградова, М.Отелбаева, Э.Мухаммадиева, А.П.Солдатов, С.Байзаева, Д.Сафарова и др.

Диссертация Воситовой Д.А. посвящена исследованию задач о решениях, определенных во всей плоскости системы линейных уравнений с частными производными первого порядка с двумя независимыми переменными вида

$$A_1 U_x + A_2 U_y + A_3 U = F \quad (1)$$

и эллиптической комплексной системы вида

$$Lw \equiv w_{\bar{z}} + A\bar{w} = f(x) \quad (2)$$

где $U = (u_1, u_2, \dots, u_n)^T$, $F = (f_1, f_2, \dots, f_n)^T$, $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$, A_1, A_2, A_3 - вещественные матрицы-функции порядка n , A - комплексная матрица-функция порядка n , f - комплекснозначная вектор-функция.

Структура и содержание работы. Диссертационная работа состоит из введения, трех глав и списка литературы. Полный объем диссертации - 114 страниц, библиография включает 94 наименования.

Во введении излагается постановка задачи, указываются основные цели работы, а также излагается краткое содержание диссертации.

В главе I изложены используемые в последующих главах факты относительно функциональных пространств, линейных операторов, а также уравнений с частными производными с двумя независимыми переменными.

В главе II для системы линейных уравнений с частными производными первого порядка с двумя независимыми переменными вида (1) рассмотрен ряд задач. Это, в первую очередь, задачи об общем решении, об умеренно

растущих решениях и решениях растущих на бесконечности не быстрее степенной функции. В параграфе 1 в случае, когда $n = 2$ и система (1) является эллиптической, для соответствующей однородной системы изучена задача об умеренно растущих решениях. Найдено многообразие всех таких решений. В параграфе 2 при выше указанных условиях, для однородной системы изучена задача о решениях, определенных на всей плоскости и растущих на бесконечности не быстрее степенной функции. Найдены пространство таких решений и формула для определения размерности этого пространства. В параграфе 3 рассмотрен общий случай. При дополнительном условии, когда коэффициенты системы (1) являются постоянными и перестановочными матрицами, получена схема нахождения общего решения этой системы. Найдены также пространства решений степенного роста и размерность этих пространств.

В главе III для многомерных эллиптических систем первого порядка вида (2) рассматриваются вопросы разрешимости и нётеровости в гёльдеровых пространствах функций, ограниченных вместе с частными производными первого порядка и равномерно непрерывных по Гёльдеру на всей плоскости. Также рассмотрены вопросы о принципе экстремума и о периодических решениях для однородной системы, соответствующей системе (1).

В параграфе 1 для системы (2) с постоянной матрицей A найдены достаточные условия, при выполнении которых эта система не имеет ненулевых решений, определенных на всей плоскости и, имеющих степенной рост. В этом параграфе также изучен вопрос о нётеровости оператора $L: C_\alpha^1 \rightarrow C_\alpha$. Для случая слабо осциллирующих на бесконечности коэффициентов и условия симметричности матрицы $A(z)$ при достаточных больших $|z|$ установлено, что оператор $L: C_\alpha^1 \rightarrow C_\alpha$ является нётеровым, тогда и только тогда, когда выполнено предельное соотношение

$$\lim_{z \rightarrow \infty} |\det A(z)| > 0.$$

В параграфе 2 для случая $n = 2$ установлен принцип экстремума для компонент решений одного класса эллиптических систем вида (1). В этом параграфе также получено утверждение типа принципа максимума для нормы решения ряда однородных систем. В параграфе 3 изучена задача о периодических по переменным x и y решениях системы (1). В терминах коэффициентов найдены необходимые и достаточные условия, при выполнении которых однородная система имеет ненулевые 2π -периодические по переменным x и y решения. При выполнении этих условий найдены соответствующие решения системы.

Степень достоверности результатов проведенных исследований. Научные положения, выводы и рекомендации, сформулированные в диссертации, обоснованы с помощью строгих общепризнанных

математических доказательств. Все утверждения диссертационной работы строго доказаны.

Новизна и практическая значимость, ценность научных работ соискателя. Основные научные результаты, полученные в диссертационной работе, являются новыми и заключаются в следующем:

1. Для систем вида (1) в случае постоянных коэффициентов при соответствующих условиях найдено многообразие всех решений.
2. При $n = 2$, постоянных коэффициентов и эллиптичности системы найдены множество всех решений из пространства S' , многообразие решений степенного роста и периодических по переменным x и y решений соответствующей однородной системы. Вычислена размерность пространства решений степенного роста.
3. Для решений систем вида (1) в случае $n = 2$ и переменных коэффициентов установлены утверждения типа принципа экстремума.
4. Для однородной системы соответствующей (2) с постоянной и симметрической матрицей A получено утверждение о тривиальности разрешимости в пространстве S' .
5. Получены необходимые и достаточные условия нётеровости оператора $L: C_\alpha^1 \rightarrow C_\alpha$.

Полнота изложения материалов диссертации в работах, опубликованных соискателем.

По теме диссертации опубликовано 10 работ, из них 2 входят в перечень ВАК. В публикациях Воситовой Д.А. в должной степени представлены основные результаты диссертационной исследования.

Замечания. Имеются незначительное количество опечаток, например:

1. На стр. 34 9-ая строка сверху вместо «постоянные» написано «постсоаянные»;
2. На стр. 5, 17-ая строка сверху вместо «Теоремы 1.1, 1.2» написано «Теоремы 1.1-1.2»;
- 1.3. Стр. 5, 4-ая строка сверху предложение целиком пишется через дефис;
- 1.4. Стр. 35, 12-ая строка сверху вместо «Пусть $\det B < 0$ » написано «Пусть $\det B < 0$ » и т.п.

Выявленные недостатки не носят принципиального характера и не влияют на корректность полученных результатов.

Выводы. Автореферат достаточно полно и точно отражает содержание диссертации.

На основании вышеизложенного можно сделать вывод, что диссертация Воситовой Д.А. «Ограниченные и периодические решения систем уравнений в частных производных с двумя независимыми переменными», представляет собой законченное, самостоятельно выполненное научное исследование, содержащее решения, имеющие существенное значение, соответствующее

критериям, установленными в Положении о порядке присуждения ученых степеней, а ее автор - Воситова Дилором Абдурасуловна заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Кандидат физико-математических наук,
заведующий отделом теории функций
и функционального анализа

Института математики им. А. Джураева АН РТ

 О.Х. Каримов

20.05.2015 г.

734063 Республика Таджикистан, г. Душанбе,
ул. Айни, 299/4, Институт математики имени А. Джураева
Академии наук Республики Таджикистан
Тел. 992(907709854)
mail: karimov_olim72@mail.ru

Подпись Каримова О.Х. заверяю
Заместитель директора по науке
Института математики им. А. Джураева
АН Республики Таджикистан



С.А. Исхоков