

«УТВЕРЖДАЮ»
РЕКТОР ТАДЖИКСКОГО
НАЦИОНАЛЬНОГО УНИВЕРСИТЕТА
АКАДЕМИК АН РТ ИМОМОВ М.С.

« 05 » 06 2015 г

ОТЗЫВ

ведущей организации на диссертационную работу Воситовой Дилором Абдурасуловны «Ограниченные и периодические решения систем уравнений в частных производных с двумя независимыми переменными», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Теория систем уравнений в частных производных с двумя независимыми переменными, построенная в классических работах С.Н. Бернштейна, И.Г. Петровского, М.А. Лаврентьева, И.Н. Векуа, Л.Г. Михайлова, Л. Берса, А.Д. Джураева была развита их учениками и последователями. Большой научный интерес представляют задачи о решениях, определенных во всей плоскости и удовлетворяющих тем или иным условиям на бесконечности. Отметим, что эти задачи, как правило, в отличие от краевых задач в ограниченных областях могут не быть нётеровыми. Задачи о решениях, определенных во всей плоскости систем уравнений в частных производных с двумя независимыми переменными рассматривались в трудах В.С. Виноградова, Э. Мухамадиева, С. Байзаева, Д. Сафарова, Н.Е. Товмасына, А.П.Солдатова и др.

В диссертационной работе Воситовой Д.А. рассматриваются системы линейных уравнений с частными производными первого порядка с двумя независимыми переменными вида

$$A_1 U_x + A_2 U_y + A_3 U = F \quad (1)$$

и эллиптические комплексные системы вида

$$Lw \equiv w_{\bar{z}} + A\bar{w} = f(z), \quad (2)$$

где $U = (u_1, u_2, \dots, u_n)^T$, $F = (f_1, f_2, \dots, f_n)^T$, $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$, A_1, A_2, A_3 – вещественные матрицы-функции порядка n , A – комплексная матрица-функция порядка n , $f = (f_1, f_2, \dots, f_n)^T$ – комплекснозначная вектор-функция.

Для систем вида (1) в случае постоянных коэффициентов исследованы задачи нахождения всех решений, в том числе, решений из пространства умеренно растущих обобщенных функций и решений степенного роста. В случае переменных коэффициентов изучен вопрос о принципе экстремума для решений системы. Система (2) изучена в гёльдеровых пространствах вектор-функций, определенных во всей комплексной плоскости.

Диссертация состоит из введения, трех глав и списка литературы. Глава I носит вспомогательный характер, здесь приведены основные понятия о функциональных пространствах и операторах, некоторые свойства решений систем уравнений с частными производными с двумя независимыми переменными, используемые в диссертации и дается постановка задач, исследуемых в работе.

В главе II для системы линейных уравнений с частными производными первого порядка с двумя независимыми переменными вида (1) исследованы задачи о многообразиях всех решений, решений из пространства умеренно растущих обобщенных функций, а также решений, растущих на бесконечности не быстрее степенной функции. В первом и втором параграфах предполагается, что $n = 2$, система (1) эллиптическая и имеет постоянные коэффициенты. В первом параграфе найдено многообразие всех решений однородной системы из пространства S' . Для случая $A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A_2 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ полученные утверждения дополняют результаты

В.С.Виноградова относительно задачи о решениях, растущих на бесконечности не быстрее степенной функции, обобщенной системы Коши –

Римана. Во втором параграфе исследована задача о решениях однородной системы, определенных во всей плоскости и растущих на бесконечности не быстрее чем $(|x|+|y|)^N$. Для фиксированного N найдено пространство таких решений, установлена конечномерность и определена размерность этого пространства. В третьем параграфе для произвольного n и постоянных коэффициентов в эллиптическом и гиперболическом случаях исследована задача о нахождении всех решений системы (1). В предположении коммутруемости матриц $A_1^{-1}A_2$ и $A_1^{-1}A_3$, найдено многообразие всех решений таких систем. Также в этом параграфе исследована задача о нахождении растущих на бесконечности не быстрее чем $(|x|+|y|)^N$ решений соответствующей однородной системы. Получены явные формулы для таких решений. Утверждения, полученные в эллиптическом случае, дополняют результаты С. Байзаева относительно решений, определенных на всей плоскости комплексных систем вида $w_{\bar{z}} + Aw = 0$.

Глава III посвящена вопросам нормальной разрешимости и нётеровости эллиптических систем первого порядка вида (2) в гёльдеровых пространствах C_{α}^1 функций, ограниченных вместе с частными производными первого порядка и равномерно непрерывных по Гёльдеру. Также изучаются вопросы о справедливости принципа экстремума и о периодических решениях для эллиптических систем вида

$$U_x + AU_y + BU = 0. \quad (3)$$

В первом параграфе для однородной системы с постоянными коэффициентами вида

$$w_{\bar{z}} + A\bar{w} = 0$$

установлено утверждение о том, что если матрица A симметрическая и невырожденная, то задача о регулярных решениях, растущих при $z \rightarrow \infty$ не быстрее чем степенная функция, имеет только нулевое решение. Далее показано, что если в системе (2) элементы матрицы $A(z)$ являются слабо

осциллирующими на бесконечности и найдется такое число $R_0 > 0$, что при $|z| > R_0$ матрица $A(z)$ является симметрической, то для нётеровости оператора $L: C_\alpha^1 \rightarrow C_\alpha$ необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие

$$\lim_{z \rightarrow \infty} |\det A(z)| > 0.$$

Во втором и третьем параграфах рассматривается система (3) в случае, когда $n = 2$. Во втором параграфе для эллиптического случая найдены достаточные условия на коэффициенты системы, при выполнении которых для компонент решений этой системы справедлив принцип экстремума. Также получено утверждение типа принципа максимума для нормы решения. В третьем параграфе найдены необходимые и достаточные условия, выражаемые через коэффициенты системы, существования ненулевых 2π – периодических по переменным x и y решений системы (3).

Полученные автором диссертации результаты являются новыми и значимыми для теории уравнений с частными производными первого порядка с двумя независимыми переменными. Они играют важную роль при изучении граничных задач в некомпактных областях для выше указанных уравнений.

Диссертационная работа отвечает всем требованиям ВАК РФ, предъявляемым к кандидатским диссертациям и ее автор Воситова Д.А. заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Отзыв подготовлен к.ф.-м.н., доцентом Зокировым С.Х. и одобрен на заседании кафедры высшей математики механико-математического факультета Таджикского национального университета (протокол №9 от 28.05.2015 г.).

Заведующий кафедрой высшей математики ТНУ,
к.ф.-м.н., доцент Зокиров С.Х.

Зверю попись
Зокирова С. Х.
18.05.15 ЧК ЮКУ

Сергеевич
Зверю

