

ОТЗЫВ

на диссертационную работу Воситовой Дилором Абдурасуловны «Ограниченные и периодические решения систем уравнений в частных производных с двумя независимыми переменными», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Одной из актуальных проблем теории систем уравнений в частных производных с двумя независимыми переменными является задача о периодических и ограниченных во всей плоскости решениях. Задача об ограниченных решениях указанных систем относится к классу сингулярных задач, и в общем может быть не нётеровой, а именно, однородные системы могут иметь бесконечное число линейно независимых, ограниченных во всей плоскости решений. Поэтому исследование проблемы о решениях, определенных во всей плоскости систем уравнений в частных производных с двумя независимыми переменными представляется важным.

Диссертационная работа Воситовой Д.А. посвящена исследованию задач о решениях, определенных во всей плоскости, системы линейных уравнений с частными производными первого порядка с двумя независимыми переменными вида

$$A_1 U_x + A_2 U_y + A_3 U = F \quad (1)$$

и эллиптической комплексной системы вида

$$Lw \equiv w_{\bar{z}} + A\bar{w} = f(z), \quad (2)$$

где $U = (u_1, u_2, \dots, u_n)^T$, $F = (f_1, f_2, \dots, f_n)^T$, $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$, A_1, A_2, A_3 – вещественные матрицы-функции порядка n , элементы матриц A_j ($j=1, 2, 3$) и функции $f_k(x, y)$ ($k=1, 2, \dots, n$) определены в некоторой области $G \subset \mathbb{R}^2$, A – комплексная матрица-функция порядка n , $f = (f_1, f_2, \dots, f_n)^T$ – комплекснозначная вектор-функция.

Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения и списка литературы.

В главе 1 приводится основной вспомогательный материал, используемый в диссертации.

Глава II посвящена системам линейных уравнений с частными производными первого порядка с двумя независимыми переменными вида (1). Для таких систем рассмотрены задачи о многообразии всех решений, решений из пространства умеренно растущих обобщённых функций S' , а также решений, растущих на бесконечности не быстрее степенной функции.

В §1 для случая, когда $n = 2$, коэффициенты системы (1) являются постоянными и сама система является эллиптической, исследована задача о решениях из пространства S' и найдено многообразие всех решений системы из S' . Показано, что структура этого многообразия зависит от знака определителя матрицы $A_1^{-1}A_3$.

В §2 для случая $n = 2$ исследована задача о нахождении решений системы (1) из пространства P_N – функций, определенных во всей плоскости и растущих при $|x| + |y| \rightarrow \infty$ не быстрее чем $|x|^N + |y|^N$. Разработана схема нахождения всех решений этой задачи. Оказывается структура пространства P_N зависит от матрицы $A_1^{-1}A_3$, и это пространство может быть нулевым или состоять из многочленов относительно x, y степени не выше N , или квазимногочленов относительно x, y . Определена размерность пространства P_N .

В §3 при произвольном n исследована задача о нахождении всех решений системы (1). Здесь рассматриваются как эллиптический, так и гиперболический случаи. При условии, что матрицы $A_1^{-1}A_2$ и $A_1^{-1}A_3$ являются перестановочными, найдено многообразие всех решений таких систем.

Далее рассмотрена задача о нахождении решений системы (1) из пространства P_N . Получены явные формулы для решений из этого пространства.

В главе III рассматриваются вопросы нормальной разрешимости и нётеровости эллиптических систем первого порядка вида (2) в гёльдеровых пространствах C_{α}^1 функций, ограниченных вместе с частными производными первого порядка и равномерно непрерывных по Гёльдеру, а также исследуются вопросы о справедливости принципа экстремума и о периодических решениях для эллиптических систем вида

$$U_x + AU_y + BU = 0. \quad (3)$$

Установлено, что если в системе (2) элементы матрицы $A(z)$ являются слабо осциллирующими на бесконечности и найдётся такое число $R_0 > 0$, что при $|z| > R_0$ матрица $A(z)$ является симметрической, то оператор $L: C_{\alpha}^1 \rightarrow C_{\alpha}$ будет нётеровым в том и только в том случае, когда выполняется условие

$$\lim_{z \rightarrow \infty} |\det A(z)| > 0.$$

В § 2 в случае, когда $n = 2$ для компонент решений системы (3) установлен принцип экстремума.

В целом в диссертационной работе получены важные результаты, представляющие научный интерес, которые можно применять при исследовании краевых задач в неограниченных областях для систем линейных уравнений с частными производными первого порядка с двумя независимыми переменными.

Диссертационная работа отвечает всем требованиям ВАК РФ, предъявляемым к кандидатским диссертациям и её автор Воситова Д.А. заслуживает присуждения ей учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Научный руководитель,
доктор физико-математических наук



Байзаев С.

4.03.2015.

