

## О Т З Ы В

официального оппонента на диссертацию Якушева Ильи Анатольевича «Неравенство Гординга для одного класса вырождающихся эллиптических уравнений и его приложения», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 — «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

**Актуальность избранной темы.** Вырождающиеся эллиптические уравнения в частных производных возникают при построении некоторых математических моделей в механике. Методы исследования таких уравнений разрабатывались в трудах многих выдающихся ученых, таких как С.М.Никольский, Л.Д.Кудрявцев, И.А.Киприянов, Х.Трибель и др. Прикладная значимость этого раздела теории дифференциальных уравнений и интерес, проявляемый к нему на протяжении десятилетий многими исследователями, свидетельствуют об актуальности темы диссертационной работы.

В работе установлена однозначная разрешимость вариационной задачи Дирихле с однородными граничными условиями для эллиптических уравнений высокого порядка в ограниченной или неограниченной области с разными характерами вырождения коэффициентов по разным независимым переменным. Кроме того, найдены условия существования единственного решения вариационной задачи Дирихле с неоднородными граничными условиями для эллиптических уравнений высокого порядка в полупространстве, а также в дополнении к неограниченному многообразию. Результаты работы основаны на использовании неравенства Гординга, которое впервые получено в данной диссертации для рассматриваемого класса вырождающихся эллиптических дифференциальных операторов.

**Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации.** Научные положения, выводы и рекомендации, сформулированные в диссертации, обоснованы с помощью общепризнанных средств строгих математических доказательств. Все утверждения диссертационной работы строго доказаны.

**Оценка новизны и достоверности выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации.** Все результаты, полученные в диссертационной работе и выносимые на защиту, являются новыми. Достоверность их подтверждается наличием строгих доказательств и согласованностью с известными результатами в соответствующей области исследования.

### **Замечания.**

1. После нахождения достаточных условий однозначной разрешимости вариационной задачи Дирихле хотелось бы увидеть в работе некоторое обсуждение их близости к необходимым условиям. Например, теорема 2.2.2 говорит о том, что при выполнении условий, дополнительных к условиям теоремы 2.2.1, задача разрешима при любом  $\lambda > 0$ . В идеале хотелось бы увидеть пример, когда в случае невыполнения дополнительных условий найдется  $\lambda > 0$ , при котором однозначная разрешимость нарушается. Все то же можно сказать про теоремы 2.2.3 и 2.2.2, находящихся в том же соотношении, что и предыдущая пара теорем.

2. Имеются замечания по оформлению диссертации.

2.1. Работа не лишена опечаток. Например, при формулировке задачи  $D_\lambda$  в автореферате (с. 11) и в диссертации (с. 9) неизвестная функция под знаком полуторалинейной формы обозначена малой буквой  $u$ , а в остальной части уравнения — большой буквой  $U$ . На с. 73 при формулировке теоремы 2.2.2 вместо теоремы 2.2.1 говорится о теореме 2.1.1.

2.2. Во некоторых моментах диссертация не соответствует ГОСТ Р.7.0.11.-2011. Например, это касается структуры введения и, в меньшей степени, структуры автореферата. Абзацный отступ сделан не пять зна-

ков, а три, нумерация сделана не сверху, а снизу и т. п.

2.3. Такие обозначения как *dist* традиционно пишутся в формулах прямым шрифтом, чтобы быть отличимыми от обозначений для переменных.

Выявленные недочеты не являются основанием для снижения оценки диссертации.

**Заключение.** Диссертация И. А. Якушева на соискание ученой степени кандидата наук «Неравенство Гординга для одного класса вырождающихся эллиптических уравнений и его приложения» соответствует критериям, установленным «Положением о присуждении ученых степеней», утвержденным постановлением Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. № 842:

- диссертация является научно-квалификационной работой, в которой содержится решение задачи, имеющей значение для развития соответствующей отрасли, в частности, для развития теории дифференциальных уравнений (соответствие п. 9 части II);
- диссертация написана автором самостоятельно, обладает внутренним единством, содержит новые научные результаты и положения, выдвигаемые для публичной защиты, свидетельствует о личном вкладе автора диссертации в науку; предложенные автором диссертации решения аргументированы и оценены по сравнению с другими известными решениями; диссертация носит теоретический характер и содержит рекомендации по использованию научных выводов и иллюстрации их использования (соответствие п. 10 части II);
- основные научные результаты диссертации вовремя, в достаточной полноте и в требуемом количестве опубликованы в рецензируемых научных изданиях (соответствие п.п. 11–13 части II);
- в диссертации соискатель ссылается на авторов и источники заимствования материалов и отдельных результатов во всех соответствующих случаях, а при использовании в диссертации результатов научных работ,

выполненных соискателем лично и в соавторстве, соискатель ученой степени отмечает в диссертационной работе это обстоятельство (соответствие п. 14 части II).

Автореферат должным образом отражает содержание диссертации.

Якушев Илья Анатольевич, представивший диссертационную работу «Неравенство Гординга для одного класса вырождающихся эллиптических уравнений и его приложения» на соискание ученой степени кандидата наук, заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 — «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление».

Официальный оппонент

доктор физико-математических  
наук, профессор,  
заведующий кафедрой  
математического анализа  
ФГБОУ ВПО «Челябинский  
государственный университет»

В.Е. Федоров

