

## ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертации Якушева Ильи Анатольевича «Неравенство Гординга для одного класса вырождающихся эллиптических уравнений и его приложения», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Диссертационная работа посвящена исследованию разрешимости вариационной задачи Дирихле для вырождающихся эллиптических уравнений. Применяется метод, основанный на теории вложения весовых нормированных пространств дифференцируемых функций многих вещественных переменных и теории полуторалинейных форм. Этот метод ранее применялся и усовершенствовался в работах С.М.Никольского, Л.Д.Кудрявцева, П.И.Лизоркина, Х.Трибелья, К.Х.Бойматова, Н.В.Мирошина, С.А.Исхокова и других авторов. Исследование в этих работах, в основном, приводилось без применения аналога неравенства Гординга для сильно эллиптических операторов и предполагалось, что дифференциальный оператор имеет дивергентную форму и его коэффициенты представимы в виде произведения ограниченной функции и функции, которая характеризует их вырождения. В отличие от этого, в диссертационной работе И.А.Якушева сначала доказывается весовой аналог неравенства Гординга для исследуемых дифференциальных операторов и предполагается, что коэффициенты дифференциального оператора принадлежат некоторым весовым  $L_p$  - пространствам, и, следовательно, они могут иметь интегрируемые особенности во внутренних точках области.

Диссертационная работа состоит из введения, двух глав, списка литературы из 71 работ. Объем диссертации составляет 121 страницу.

Во введении автор дает краткий исторический обзор результатов по рассматриваемой проблеме и кратко излагает содержание диссертации с указанием основных ее результатов.

В первой главе диссертации автор сначала приводит определения основных функциональных пространств, которые нужны для изложения результатов, и доказывает некоторые вспомогательные весовые интегральные неравенства. Затем доказывает весовой аналог неравенства Гординга для одного широкого класса эллиптических операторов высшего порядка в произвольной (ограниченной или неограниченной) области. Вырождения исследуемого оператора по разным независимым переменным характеризуются с помощью разных функций. С помощью доказанного неравенства Гординга в последнем параграфе первой главы доказана теорема об однозначной разрешимости вариационной задачи Дирихле для соответствующих вырождающихся

эллиптических уравнений. Также доказано неравенство, в котором норма решения оценивается сверху через норму правой части уравнения. Так как решение рассматриваемой задачи ищется в пространстве, где плотен класс бесконечно дифференцируемых финитных функций, то граничные условия в этой задаче формально считаются однородными.

Вторая глава диссертационной работы посвящена исследованию разрешимости вариационной задачи Дирихле с неоднородными граничными условиями. Она состоит из четырех параграфов. В первом параграфе доказываются вспомогательные весовые интегральные неравенства для функций, заданных в полупространстве  $R_n^+ = \{x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in R_n : x_n > 0\}$ . С помощью этих неравенств во втором параграфе второй главы автор исследует разрешимость вариационной задачи Дирихле с неоднородными граничными условиями для эллиптических уравнений в полупространстве  $R_n^+$  со степенным вырождением. В начале этого параграфа сначала сформулированы результаты о разрешимости вариационной задачи Дирихле в полупространстве, которые непосредственно следуют из результатов первой главы, затем изучается случай неоднородных граничных условий. В конце параграфа выделяется случай, когда неоднородные граничные условия выписываются в явном виде.

В двух последних параграфах диссертационной работы автор изучает разрешимость вариационной задачи Дирихле для эллиптических уравнений высшего порядка в  $n$ -мерном пространстве со степенным вырождением на неограниченном многообразии размерности  $1 \leq m \leq n - 1$ . Также, как в случае полупространства  $R_n^+$ , здесь автор сначала доказывает вспомогательные весовые интегральные неравенства (§2.3), формулирует результаты о разрешимости вариационной задачи Дирихле с однородными граничными условиями, и затем изучает однозначную разрешимость вариационной задачи Дирихле с неоднородными граничными условиями.

В качестве недостатков диссертации, можно отметить следующие:

1. Имеются незначительное количество опечаток. Например, на стр. 8 вместо «комплекснозначные» написано «комплексозначные», на стр. 9, 8-ая строка снизу, вместо «вариационную» написано «Вариационную» и т.д.
2. В обозначениях пространств функций, заданных в полупространстве и обращающихся в нуль при больших  $x_n$  иногда сверху ставится «короткая волна», которая мало отличается от знака «шапочка» (см., например, на стр. 11, 16 и т.д.), а иногда ставится знак «длинная волна» (см., например, на стр. 15, 17, 18 и т.д.).

Однако эти недостатки имеют незначительный характер и никак не влияют на оценку диссертации в целом. Текст диссертации написан подробно, автореферат диссертации правильно отражает ее содержание.

Считаю, что работа Якушева Ильи Анатольевича «Неравенство Гординга для одного класса вырождающихся эллиптических уравнений и его приложения» удовлетворяет требованиям п.7 «Положения о порядке присуждения ученых степеней» ВАК РФ, предъявляемых к диссертационным работам на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Заведующий кафедрой математического анализа Худжандского государственного университета имени академика Б.Гафурова, доктор физико-математических наук, доцент



Мухсинов А.

16 марта 2015 г.

Подпись Мухсинова А. заверяю  
Начальник ОК ХГУ им. Б.Гафурова

З.Н. Ашрапова