

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу Каримова Олимджона Худойбердиевича «Коэрцитивные оценки и разделимость нелинейных дифференциальных операторов», представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.01 - Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Актуальность выбранной темы. Одно из сравнительно новых направлений современной теории дифференциальных операторов изучает их разделимость в различных функциональных пространствах. Это направление берет свое начало из известных работ В.Н. Эверитта и М. Гирца, опубликованных в 1971 году. Сейчас результаты по разделимости дифференциальных операторов применяются при решении многих задач теории нормированных пространств дифференцируемых функций многих вещественных переменных, спектральной теории дифференциальных операторов и теории граничных задач для уравнений с частными производными.

Из анализа результатов по теории разделимости дифференциальных операторов следует, что разделимость нелинейных дифференциальных операторов, в основном, изучена в случае, когда исследуемый оператор допускает представление в виде слабого возмущения линейного оператора. Естественно, в этом случае исследование существенно опирается на известные результаты по разделимости линейных дифференциальных операторов. Поэтому изучение разделимости нелинейных дифференциальных операторов в случае, когда их нельзя представить в виде слабого возмущения линейного оператора, сопряжено со многими техническими сложностями. Именно этому случаю посвящена диссертационная работа О.Х. Каримова, что свидетельствует об актуальности выбранной темы. Такие операторы в работе называются *строго нелинейными* дифференциальными операторами.

Содержание работы. Диссертационная работа О.Х. Каримова занимает 157 страниц текста и состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы, который включает 135 источников.

Во введении даётся подробный исторический обзор результатов по теории разделимости дифференциальных операторов, обосновывается актуальность выбранной темы и сформулированы основные результаты работы.

В первой главе работы приведены результаты автора по разделимости строго нелинейных дифференциальных операторов второго порядка с подробными доказательствами. В этой главе он сначала исследует коэрцитивные свойства и разделимость некоторых модельных дифференциальных операторов, таких как оператор Лапласа-Бельтрами и оператор Гельмгольца, и затем изучает разделимость общих дифференциальных операторов второго порядка с переменными старшими коэффициентами. Коэффициенты дифференциальных операторов, рассмотренных в двух последних параграфах первой главы, являются матрица-функциями, и их разделимость изучается в весовом пространстве вектор-функций $L_{2,\rho}(R^n)^l$. Здесь l – натуральное число и $\rho = \rho(x)$ – весовая функция.

Отметим, что для всех рассмотренных дифференциальных операторов автор доказывает соответствующее коэрцитивное неравенство и, как следствие из этого неравенства, получает разделимость исследуемого оператора.

Во второй главе диссертационной работы автор изучает разделимость строго нелинейных дифференциальных операторов порядка выше второго. Здесь сначала изучается разделимость бигармонического оператора, который является дифференциальным оператором четвертого порядка, и затем изучается разделимость обыкновенного дифференциального оператора шестого порядка. Результаты второй главы относятся к случаю, когда весовая функция тождественно равна единице. В последнем параграфе второй главы приведены несколько примеров дифференциальных операторов, которые не разделяются.

Как приложения результатов по разделимости, полученных в первых двух главах работы, в третьей главе автор изучает разрешимость некоторых строго нелинейных дифференциальных уравнений. Эта глава состоит из двух параграфов. В первом параграфе изучается разрешимость дифференциального уравнения, которое содержит оператор Лапласа-

Бельтрами, а во втором параграфе изучается разрешимость общего нелинейного уравнения с частными производными второго порядка в весовом пространстве.

Степень обоснованности и достоверности результатов диссертации. Результаты диссертации приведены с подробными доказательствами, и их достоверность не вызывает сомнений. Они обоснованы строгими математическими выкладками и хорошо согласуются с известными результатами других авторов в этом направлении.

Новизна полученных результатов. Основными достижениями автора при выполнении диссертационной работы являются следующие результаты:

- установлены коэрцитивные оценки, и доказана теорема о разделимости нелинейного оператора Лапласа-Бельтрами и нелинейных дифференциальных операторов второго порядка в гильбертовом пространстве;
- изучены коэрцитивные свойства оператора Гельмгольца с нелинейным матричным потенциалом в пространстве $L_{2,p}(R^n)^l$, и доказана теорема о разделимости нелинейного оператора Гельмгольца с матричным потенциалом;
- изучены коэрцитивные свойства нелинейных дифференциальных операторов второго порядка с переменными старшими коэффициентами в пространстве вектор – функций, и доказана теорема о разделимости общих нелинейных дифференциальных операторов второго порядка с матричными коэффициентами;
- изучены коэрцитивные свойства бигармонического оператора с нелинейным матричным потенциалом в пространстве $L_2(R^n)^l$, и доказана теорема о разделимости нелинейного бигармонического оператора с матричным потенциалом;
- установлены коэрцитивные оценки, и доказана теорема о разделимости нелинейного обыкновенного дифференциального оператора шестого порядка в гильбертовом пространстве;
- найдены условия коэрцитивной разрешимости нелинейного оператора Лапласа-Бельтрами, и доказана теорема о существовании и единственности решения нелинейного уравнения Лапласа-Бельтрами в гильбертовом пространстве;

- найдены условия коэрцитивной разрешимости нелинейных дифференциальных операторов второго порядка, и доказана теорема о существовании и единственности решения нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка в весовом пространстве.

Теоретическая значимость полученных результатов. Результаты, полученные в диссертационной работе, носят теоретический характер. Они могут найти применение при изучении разрешимости некоторых граничных задач для уравнений с частными производными, а также в процессе доказательств новых теорем вложения для пространств дифференцируемых функций многих вещественных переменных.

Разработанная в работе техника может играть существенную роль в дальнейшем развитии теории разделимости дифференциальных операторов.

Полученные в диссертационной работе результаты могут применяться в дальнейших научных исследованиях, проводимых в Российско-Таджикском (Славянском) университете, Таджикском национальном университете, Математическом институте им. В.А. Стеклова РАН, Евразийском национальном университете им. Л.Н. Гумилева и др.

Практическая значимость полученных результатов. Практическая ценность работы определена приложениями дифференциальных уравнений и дифференциальных операторов в решении прикладных задач механики и других разделов физики.

Соответствие автореферата основному содержанию диссертации.

Автореферат правильно отражает содержание диссертации. Диссертация и автореферат оформлены в соответствии с существующим требованиям.

Замечания к содержанию и оформлению диссертации.

Диссертационная работа и автореферат оформлены грамотно, легко читаются. Имеются лишь отдельные технические и орфографические ошибки, которые легко исправимы и не влияют на качество диссертационной работы.

Заключение. Подводя итог, на основании вышеизложенного считаем, что в диссертационной работе Каримова Олимджона Худойбердиевича «Коэрцитивные оценки и разделимость нелинейных дифференциальных

операторов» получены новые весомые научные результаты по разделимости строго нелинейных дифференциальных операторов. Она удовлетворяет всем требованиям ВАК при Президенте Республики Таджикистан, предъявляемым к докторским диссертациям, а ее автор Каримов Олимджон Худойбердиевич заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.01 – «Вещественный, комплексный и функциональный анализ»

Официальный оппонент, доктор физико-математических наук по специальности 01.01.01 – «Вещественный, комплексный и функциональный анализ», профессор кафедры математического анализа Таджикского государственного педагогического университета им. С. Айни



М.Азизов

Место работы:

734003, г. Душанбе, проспект Рудаки.

Таджикский государственный педагогический университет им. С. Айни.

Веб сайт: www.tgpu.tj

E-mail: azam.ap27@mail.ru

Телефон: (+992 37) 224-16-82; 224-13-83

Подпись Азизова М. заверяю:

Начальник ОК и СЧ Таджикского государственного педагогического университета им. С. Айни



Назаров Д.К.