

## ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу Каримова Олимджона Худойбердиевича «Коэрцитивные оценки и разделимость нелинейных дифференциальных операторов», представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.01 - Вещественный, комплексный и функциональный анализ

**Актуальность темы диссертации.** Диссертационная работа посвящена исследованию коэрцитивных свойств и разделимости нелинейных дифференциальных операторов различного порядка. Рассмотренные в диссертации дифференциальные операторы являются строго нелинейными. В работе также с помощью коэрцитивных оценок исследуется коэрцитивная разрешимость нелинейных дифференциальных уравнений.

Термин «разделимость» в 1971 году впервые был введен в работе английских математиков В.Н. Эверитта и М. Гирца, первые результаты по разделимости обыкновенных дифференциальных операторов также принадлежат этим математикам. В дальнейшем проблемой разделимости занимались многие математики, среди которых можно отметить К.Х.Бойматова, М.Отелбаева, П.И. Лизоркина, Р.Ойнарова, М.Б.Муратбекова, С.А. Исхокова, М.Г.Гадоева, А. Биргебаева, М. Байрамоглы, А.С. Мохамеда, В.Д. Эванса, F.N.Atcinson, A.Zettl, J.Weidmann, и др. В большинстве работ этих авторов исследуются линейные дифференциальные операторы.

Разделимость нелинейных обыкновенных дифференциальных выражений изучалась в работах А.А. Биргебаева, М. Отелбаева, Т.Т.Амановой, М.Б. Муратбекова, Э.З. Гриншпуна, К.Н. Оспанова и др.

Разделимость дифференциальных операторов с частными производными впервые исследована К.Х. Бойматовым, и далее эта теория развивалась в работах М. Отелбаева, Р. Ойнарова и др.

Нелинейные дифференциальные выражения с частными производными рассматривались в работах К.Х. Бойматова, Б.М. Муратбекова и М. Отелбаева, К.Х. Бойматова и А. Шарифова, З. Оера (Z.Oer).

Отметим, что разделимость нелинейных дифференциальных операторов в основном исследовалась в случае, когда нелинейный оператор является слабым нелинейным возмущением линейного оператора. В связи с этим исследование коэрцитивных свойств и разделимость нелинейных дифференциальных операторов с сильной нелинейностью является актуальным направлением теории разделимости дифференциальных операторов. и именно этому кругу вопросов посвящена диссертационная работа О.Х. Каримова. Поэтому актуальность выбранной темы не вызывает сомнения.

**Структура и основные результаты диссертации.** Диссертация состоит из введения, 3 глав, 12 параграфов, заключения и списка литературы, состоящего из 135 наименований, занимает 157 страниц машинописного текста и набрана в редакторе LATEX. Во введении дана общая характеристика работы, приводится обзор литературы по теме диссертации, формулируются цели исследования, основное содержание работы и положения, выносимые на защиту, указываются публикации автора по теме диссертации и апробация работы.

**Глава первая**, состоящая из пяти параграфов, посвящена изучению коэрцитивных свойств и разделимости нелинейных дифференциальных операторов второго порядка в пространстве  $L_2(R^n)$ , систем нелинейных дифференциальных операторов второго порядка в весовом пространстве  $L_{2,p}(R^n)^l$ . Здесь рассматриваются как классические дифференциальные операторы второго порядка, (оператор Лапласа-Бельтрами, оператор Гельмгольца), так и общие дифференциальные операторы второго порядка с нелинейным потенциалом.

**Вторая глава** диссертационной работы, которая состоит из пяти параграфов, посвящена исследованию коэрцитивных свойств и делимости некоторых классов нелинейных дифференциальных операторов с частными производными четвертого порядка и обыкновенных дифференциальных операторов шестого порядка. Примеры неразделимых операторов рассматриваются в пятом параграфе данной главы.

**Третья глава** диссертационной работы, состоящая из двух параграфов, посвящается проблеме коэрцитивной разрешимости нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка в гильбертовом пространстве. Доказательство результатов этой главы существенно опирается на результаты по делимости дифференциальных операторов, полученных в первой главе.

**Научная новизна.** Все основные результаты диссертации являются новыми, представляют теоретический интерес и состоят в следующем:

- установлены коэрцитивные оценки, доказана теорема о делимости нелинейного оператора Лапласа-Бельтрами и нелинейных дифференциальных операторов второго порядка в гильбертовом пространстве;
- изучены коэрцитивные свойства оператора Гельмгольца с нелинейным матричным потенциалом в пространстве  $L_{2,p}(R^n)^l$ , и доказана теорема о делимости нелинейного оператора Гельмгольца с матричным потенциалом;
- изучены коэрцитивные свойства нелинейных дифференциальных операторов второго порядка с переменными старшими коэффициентами в пространстве вектор – функций, и доказана теорема о делимости общих нелинейных дифференциальных операторов второго порядка с матричными коэффициентами;
- изучены коэрцитивные свойства бигармонического оператора с нелинейным матричным потенциалом в пространстве  $L_2(R^n)^l$ , и доказана

теорема о разделимости нелинейного бигармонического оператора с матричным потенциалом;

- установлены коэрцитивные оценки, и доказана теорема о разделимости нелинейного обыкновенного дифференциального оператора шестого порядка в гильбертовом пространстве;
- найдены условия коэрцитивной разрешимости нелинейного оператора Лапласа-Бельтрами, и доказана теорема о существовании и единственности решения нелинейного уравнения Лапласа-Бельтрами в гильбертовом пространстве;
- найдены условия коэрцитивной разрешимости нелинейных дифференциальных операторов второго порядка, и доказана теорема о существовании и единственности решения нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка в весовом пространстве.

**Теоретическая и практическая значимость.** Полученные результаты диссертации носят теоретический характер и могут найти применение в теории граничных задач для уравнений с частными производными, в теории пространств дифференцируемых функции многих переменных и спектральной теории дифференциальных операторов. Приведенные в работе исследования могут быть использованы в специальных курсах по специальности «Математика» для студентов и аспирантов высших учебных заведений.

**Достоверность результатов** диссертационной работы обеспечивается строгими математическими доказательствами всех утверждений, приведенных в диссертации, и подтверждается исследованиями других авторов.

**Апробация работы и публикации.** Обсужденные основные результаты диссертационной работы получили положительные отзывы различных международных конференций и семинаров. Основные результаты диссертации опубликованы в 34 работах автора, список которых приведен в конце автореферата. Работы [1]-[16] опубликованы в журналах из перечня

рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК при Президенте Республики Таджикистан и ВАК Министерства образования и науки РФ. Работы [1]-[6] входят в международные библиографические и реферативные базы данных Web of Science и Scopus.

Диссертация и автореферат имеют ясный и понятный научный язык. Содержание диссертации достаточно полно и подробно раскрывает постановку, методы и результаты решения рассмотренных задач. Автореферат, в целом, правильно отражает содержание диссертации. Оформление диссертации и автореферата соответствует всем требованиям ВАК при Президенте Республики Таджикистан.

**Замечания по содержанию и оформлению диссертации.** На ряду свыше сказанного в работе имеются некоторые опечатки и неточностей, например:

- во введение в стр. 3 вторая строка сверху слово «более» надо выбросить;
- в стр. 10 диссертации шестая строка снизу предложение разрешимость нелинейного уравнения Лапласа-Бельтрами ... надо конкретизировать;
- в стр. 12 диссертации вторая строка сверху выбросить выражение «подтверждается исследованиями других авторов».

Однако эти замечания не умаляют достоинство полученных в диссертации результатов и не могут существенно повлиять на её положительную оценку.

**Заключение по диссертации.** В работе получены новые результаты, которые вносят весомый вклад в дальнейшее развитие теории делимости дифференциальных операторов и могут найти применение в теории краевых задач для уравнений с частными производными, в теории пространств дифференцируемых функций многих переменных и спектральной теории дифференциальных операторов.

Считаем, что диссертационная работа Каримова Олимджона Худойбердиевича «Коэрцитивные оценки и делимость нелинейных дифференциальных операторов» по актуальности темы исследования, новизне, достоверности и степени обоснованности научных положений и выводов соответствует всем требованиям Положения о порядке присуждения ученых степеней ВАК при Президенте Республики Таджикистан, а ее автор Каримов Олимджон Худойбердиевич заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.01 - Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

**Официальный оппонент:**

Доктор физико-математических наук по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, профессор кафедры «Математики и информационных систем

в экономике» Института туризма,

предпринимательства и сервиса



Исмат Мухаммаджон

04.01.2021

**Контактная информация:**

734055, г. Душанбе, пр. Борбад, 48/5,

Веб сайт: [www.dsx.tj](http://www.dsx.tj)

E-mail: [info@dsx.tj](mailto:info@dsx.tj)

Телефон: 992(37)2348803

Подпись Исмати М. заверяю:

Начальник ОК и СЧ Института туризма,

предпринимательства и сервиса



Джураев Шохрух