

«УТВЕРЖДАЮ»

Ректор Таджикского национального
университета

К.Х.Хушвахтзода

2020 г.



О Т З Ы В

оппонирующей организации на диссертационную работу
**Каримова Олимджона Худойбердиевича «Коэрцитивные оценки и
разделимость нелинейных дифференциальных операторов»,
представленную на соискание учёной степени доктора физико-
математических наук по специальности 01.01.01 – «Вещественный,
комплексный и функциональный анализ»**

Актуальность избранной темы. Теория разделимости дифференциальных операторов берет свое начало из пионерских работ английского математика В.Н.Эверитта (W.N.Everitt) и шведского математика М.Гирца (M.Giertz), опубликованных в семидесятих годах прошлого столетия, и является одним из самостоятельных направлений современной теории дифференциальных операторов. В начале этой теории, в основном, изучалась разделимость линейных обыкновенных дифференциальных операторов. Случай дифференциальных операторов с частными производными впервые рассматривался в работе К.Х.Бойматова в 1973 г. Позже проблемам разделимости дифференциальных операторов с частными производными занимались многие математики, среди которых можно отметить М.Отелбаева, Р.Ойнарова, М.Г.Гадоева, Д.С.Гоибова, R.C.Brown, W.D.Evans, A.S.Mohamed, O.Milatovic и др. Случай нелинейных дифференциальных операторов, в основном, исследовался когда изучаемый оператор допускает представления в виде слабого возмущения линейного оператора и, естественно, в этом случае

используются результаты о разделимости соответствующего линейного оператора.

Автор диссертации сосредотачивает свое внимание на исследовании разделимости нелинейных дифференциальных операторов, которых нельзя представить в виде нелинейного возмущения линейного оператора. Доказательство основных результатов диссертации проводится самостоятельно и не опирается на ранее известные результаты по разделимости линейных операторов. Это свидетельствует об актуальности выбранной тематики.

Структура и основные результаты диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, списка литературы из 135 наименований, составляет 157 страниц текста, набранных на LaTeX.

Во введении дан исторический обзор результатов, связанных с темой работы и приведены формулировки основных теорем.

Первая глава состоит из пяти параграфов и посвящена исследованию разделимости нелинейных дифференциальных операторов с частными производными второго порядка. Для наглядности в начале главы подробно изучается разделимость некоторых классических операторов, таких как оператор Лапласа-Бельтрами и оператор Гельмгольца, а затем в пятом параграфе изучается разделимость общего дифференциального оператора второго порядка с симметричной главной частью. Коэффициенты исследуемого оператора являются матрица-функциями и его разделимость изучается в гильбертовом весовом пространстве $L_{2,\rho}(R^n)$. Поэтому наиболее общий результат содержится в пятом параграфе первой главы. Отметим, что во всех рассмотренных случаях автор сначала доказывает соответствующее коэрцитивное неравенство и затем на его основе получает разделимость изучаемого дифференциального оператора.

Во второй главе диссертационной работы автор показывает, что метод, разработанный в первой главе, работает и в случае дифференциальных операторов порядка выше второго. Эта глава состоит из трех параграфов. В первом параграфе доказано коэрцитивное неравенство для бигармонического

оператора и изучается его разделимость. Во втором параграфе второй главы доказана теорема разделимости одного нелинейного обыкновенного дифференциального оператора шестого порядка. Для этого оператора также доказывается коэрцитивное неравенство.

Как уже было отмечено, результаты по разделимости дифференциальных операторов применяются в других разделах теории дифференциальных операторов и теории граничных задач для дифференциальных уравнений. Поэтому с помощью результатов первых двух глав по разделимости нелинейных дифференциальных операторов Каримов О.Х. в третьей главе диссертационной работы изучает коэрцитивную разрешимость некоторых нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка в гильбертовом пространстве. Данная глава состоит из двух параграфов. В первом параграфе изучается разрешимость нелинейного уравнения с оператором Лапласа-Бельтрами, а во втором параграфе изучается разрешимость общего нелинейного дифференциального уравнения с частными производными в гильбертовом пространстве.

Достоверность и научная новизна. Результаты диссертации являются новыми, получены автором самостоятельно, снабжены полными и подробными доказательствами и состоят в следующем:

- установлены коэрцитивные оценки и доказана теорема о разделимости нелинейного оператора Лапласа-Бельтрами и нелинейных дифференциальных операторов второго порядка в гильбертовом пространстве;
- изучены коэрцитивные свойства оператора Гельмгольца с нелинейным матричным потенциалом в пространстве $L_{2,\rho}(R^n)^l$ и доказана теорема о разделимости нелинейного оператора Гельмгольца с матричным потенциалом;
- изучены коэрцитивные свойства нелинейных дифференциальных операторов второго порядка с переменными старшими коэффициентами в пространстве вектор-функций и доказана теорема о разделимости

общих нелинейных дифференциальных операторов второго порядка с матричными коэффициентами;

- изучены коэрцитивные свойства бигармонического оператора с нелинейным матричным потенциалом в пространстве $L_2(R^n)^l$ и доказана теорема о разделимости нелинейного бигармонического оператора с матричным потенциалом;
- установлены коэрцитивные оценки и доказана теорема о разделимости нелинейного обыкновенного дифференциального оператора шестого порядка в гильбертовом пространстве;
- найдены условия коэрцитивной разрешимости нелинейного уравнения Лапласа–Бельтрами и доказана теорема о существовании и единственности решения нелинейного уравнения Лапласа–Бельтрами в гильбертовом пространстве;
- найдены условия коэрцитивной разрешимости нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка и доказана теорема о существовании и единственности решения нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка в весовом пространстве.

Теоретическая и практическая значимость полученных результатов.

Работа носит теоретический характер. Разработанные в ней методы и полученные результаты могут применяться в дальнейших исследованиях в теории разделимости дифференциальных операторов, теории граничных задач для дифференциальных уравнений и спектральной теории дифференциальных операторов.

Материалы диссертационной работы могут быть использованы при чтении специальных курсов для студентов и аспирантов высших учебных заведений, обучающихся по специальности «математика».

Апробация работы. Основные результаты диссертации опубликованы в 34 публикациях автора в научных журналах и материалах международных

научных конференций, из которых 16 входят в перечень рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК при Президенте Республики Таджикистан и ВАК России и 4 из которых индексируются базами данных “Web of Science” и/или “Scopus”. Они также докладывались на множестве международных научных конференциях, проходивших в Российской Федерации и Республики Таджикистан.

Диссертация и автореферат написаны ясным и понятным научным языком. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Замечания по содержанию и оформлению работы. В работе имеются некоторые неточности редакционного характера, например, все источники, кроме номера 101, в списке литературы расположены по алфавиту, также имеются некоторые ошибки в окончаниях.

Отмеченные замечания не влияют на общую положительную оценку диссертации О.Х.Каримова.

Заключение по диссертации. На основании вышеизложенного можно заключить, что диссертация О.Х. Каримова «Коэрцитивные оценки и разделимость нелинейных дифференциальных операторов», представленная на соискание ученой степени доктора физико-математических наук, является научно-квалификационной работой, в которой на основании выполненных автором исследований разработаны теоретические положения, совокупность которых можно квалифицировать как научное достижений в теории разделимости нелинейных дифференциальных операторов.

Диссертация полностью удовлетворяет требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней» ВАК при Президенте Республики Таджикистан, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени доктора физико-математических наук, а её автор О.Х.Каримов, несомненно, заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.01 – «Вещественный, комплексный и функциональный анализ».

О.Х.Каримов выступил с докладом по материалам диссертации на научном семинаре Механико-математического факультета Таджикского национального университета 28.12.2020г.

Отзыв подготовил профессор кафедры Математического анализа и теории функций, академик Национальной Академии Наук Таджикистана, доктор физико-математических наук Раджабов Нусрат Раджабович. Отзыв был заслушан, обсужден и единогласно утвержден на совместном заседании кафедр «Математического анализа и теории функций» и «Функционального анализа и дифференциальных уравнений» 28 декабря 2020 года, протокол №36.

Председатель заседания, заведующий кафедрой Математического анализа и теории функций ТНУ доктор физико-математических наук по специальности 01.01.01 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ



Раджабова Л.Н.

Секретарь заседания, заведующий кафедрой Функционального анализа и дифференциальных уравнений ТНУ, кандидат физико-математических наук по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление



Солиев С.К.

Эксперт, академик НАН Таджикистана,
доктор физико-математических наук по
специальности 01.01.02 –



Раджабов Н.Р.

Дифференциальные уравнения,
динамические системы и оптимальное
управление

Сведения об оппонирующей организации

Таджикский национальный университет
734025, г. Душанбе, проспект Рудаки, 17.
Тел: (992-372) 21-77-11;
E-mail: tgnu@mail.tj,
Сайт: <http://www.tnu.tj>

Подписи Раджабовой Л.Н., Солиева С.К. и Раджабова Н.Р. заверяю

/ Начальник управления кадров
и специальной части ТНУ



Тавкиев Э.Ш.