



«Утверждаю»

Директор Института математики
им. А. Джураева Национальной Академии
наук Таджикистана, д.ф.-м.н. академик НАН
Таджикистана, профессор Рахмонов З.Х.

Э. Рахмонов, 03 апреля 2020 года

Заключение Института математики им. А.Джураева Национальной Академии наук Таджикистана

Диссертация Каримова Олимджона Худойбердиевича «Коэрцитивные оценки и разделимость нелинейных дифференциальных операторов» выполнена в отделе теории функций и функционального анализа Института математики им. А. Джураева Национальной Академии наук Таджикистана.

В период подготовки диссертации соискатель - Каримов Олимджон Худойбердиевич работал в отделе теории функций и функционального анализа Института математики им. А. Джураева.

Научный консультант – Исхоков Сулаймон Абунасович, доктор физико-математических наук, заместитель директора по научной и учебной работе Института математики им. А. Джураева Национальной Академии наук Таджикистана.

По итогам обсуждения принято следующее заключение.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диссертация Каримова О.Х. «Коэрцитивные оценки и разделимость нелинейных дифференциальных операторов», представленная на соискание учёной степени доктора наук по специальности 01.01.01 – «Вещественный, комплексный и функциональный анализ», удовлетворяет требованиям Положения о порядке присуждения ученых степеней и является научно-квалификационной работой, в которой исследованы коэрцитивные свойства и разделимость нелинейных дифференциальных операторов второго и более высокого порядка.

Диссертация к защите представляется впервые.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих статьях:

1. Каримов О.Х. О коэрцитивных свойствах и разделимости бигармонического оператора с матричным потенциалом // Уфимский математический журнал. 2017. Т.~9. №1. С. 55-62. DOI: <https://doi.org/10.13108/2017-9-1-54> (SCOPUS)
2. Karimov O.Kh. On coercive properties and separability of biharmonic operator

- with matrix potential // Ufa Math. J. 2017. Vol. 9, Issue 1. PP.54-61. DOI: <https://doi.org/10.13108/2017-9-1-54> (SCOPUS)
3. Каримов О.Х. Коэрцитивная оценка и теорема разделимости для одного нелинейного дифференциального оператора в гильбертовом пространстве // Чебышевский сборник. 2017. Т.18. № 4. С.245-254. DOI: <http://dx.doi.org/10.22405/2226-8383-2017-18-4-245-254> (SCOPUS)
 4. Karimov O. Kh. On the separation property of nonlinear second-order differential operators with matrix coefficients in weighted spaces // Journal of mathematical sciences. 2019. Vol. 241. № 5. PP.589-595. DOI: [DOI:10.1007/s10958-019-04447-y](https://doi.org/10.1007/s10958-019-04447-y) (SCOPUS)
 5. Каримов О.Х. О разделимости и коэрцитивной разрешимости нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка в весовом пространстве // Чебышевский сборник. 2019. Т. 18. № 4. С.167-184. DOI: <http://dx.doi.org/10.22405/2226-8383-2019-20-4-167-184> (SCOPUS)
 6. Каримов О.Х. О разделимости нелинейных дифференциальных операторов второго порядка с матричными коэффициентами в весовом пространстве // Дифференциальные уравнения. Спектральная теория, Итоги науки и техн. Сер. Соврем. мат. и ее прил. Темат. обз. ВИНТИ РАН. 2017. Т.141. С.79-85. (SCOPUS)
 7. Каримов О.Х. О разделимости нелинейного оператора Шредингера с матричным потенциалом в весовом пространстве // Доклады АН Республики Таджикистан. 2005. Т. XLVIII. № 3-4. С.38-43.
 8. Каримов О.Х. О разделимости нелинейных дифференциальных операторов второго порядка с матричными коэффициентами // Известия Академии Наук Республики Таджикистан, отделение физико-математических, химических, геологических и технических наук. 2014. № 4(157). С.42-50.
 9. Каримов О.Х. О Коэрцитивных свойствах и разделимости оператора Гельмгольца // Доклады АН Республики Таджикистан. 2015. Т. 58. № 3. С.198-203.
 10. Каримов О.Х. О разделимости нелинейных дифференциальных операторов второго порядка с матричными коэффициентами в весовом пространстве // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. 2015. Т. 58. № 8. С.665-673.
 11. Каримов О.Х. О коэрцитивных свойствах и разделимости нелинейного оператора Гельмгольца с матричным потенциалом в весовом пространстве // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. 2016. Т. 59. № 7-8. С.299-304.

12. Каримов О.Х. О коэрцитивных свойствах и разделимости нелинейного бигармонического оператора с матричным потенциалом // Ученые записки ХГУ. 2017. № 1. С.789-790.
13. Каримов О.Х. О коэрцитивных свойствах и разделимости нелинейного оператора Гельмгольца с матричным потенциалом // Вестник ТГНУ. 2017. № 2. С.1020-1023.
14. Каримов О.Х. О коэрцитивной разрешимости уравнения Шредингера в гильбертовом пространстве // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. 2018. Т.~61. № 11-12. С.688-692.
15. Каримов О.Х. О разделимости и коэрцитивной разрешимости нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка в гильбертовом пространстве // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. 2019. Т. 62. № 9-10. С.523-531.
16. Каримов О.Х. О коэрцитивной разрешимости нелинейного дифференциального уравнения Лапласа-Бельтрами в гильбертовом пространстве // Известия Академии Наук Республики Таджикистан, отделение физико-математических, химических, геологических и технических наук. 2018. № 4(173). С.62-72.

Степень обоснованности полученных в диссертации научных результатов подтверждается строгими математическими доказательствами, полученными в результате применения современных методов теории дифференциальных операторов с частными производными, теории весовых пространств дифференцируемых функций многих переменных и спектральной теории дифференциальных операторов.

Актуальность и целесообразность диссертационной работы:

Одним из основных направлений теории дифференциальных уравнений является установление коэрцитивных неравенств для соответствующих операторов. Наличие коэрцитивных оценок для дифференциальных операторов позволяет сразу установить разделимость этих операторов, исследовать существование и гладкость решений дифференциальных уравнений в терминах её принадлежности некоторому весовому пространству дифференцируемых функций.

Из обзора результатов по теории разделимости дифференциальных операторов следует, что актуальной проблемой этой теории является исследование разделимости сильно нелинейных дифференциальных операторов, то есть операторов, которые не являются слабыми возмущениями линейных операторов. Именно этой актуальной проблеме посвящена диссертационная работа Каримова О.Х.

Основные результаты:

Все основные результаты диссертации являются новыми, представляют теоретический интерес и состоят в следующем:

- установлены коэрцитивные оценки и доказана теорема о разделимости нелинейного оператора Лапласа-Бельтрами и нелинейных дифференциальных операторов второго порядка в гильбертовом пространстве;
- изучены коэрцитивные свойства оператора Гельмгольца с нелинейным матричным потенциалом в пространстве $L_{2,\rho}(R^n)^l$ и доказана теорема о разделимости нелинейного оператора Гельмгольца с матричным потенциалом;
- изучены коэрцитивные свойства нелинейных дифференциальных операторов второго порядка с переменными старшими коэффициентами в пространстве вектор-функций и доказана теорема о разделимости общих нелинейных дифференциальных операторов второго порядка с матричными коэффициентами;
- изучены коэрцитивные свойства бигармонического оператора с нелинейным матричным потенциалом в пространстве $L_2(R^n)^l$ и доказана теорема о разделимости нелинейного бигармонического оператора с матричным потенциалом;
- установлены коэрцитивные оценки, и доказана теорема о разделимости нелинейного обыкновенного дифференциального оператора шестого порядка в гильбертовом пространстве;
- найдены условия коэрцитивной разрешимости нелинейного оператора Лапласа-Бельтрами и доказана теорема о существовании и единственности решения нелинейного уравнения Лапласа-Бельтрами в гильбертовом пространстве;
- найдены условия коэрцитивной разрешимости нелинейных дифференциальных операторов второго порядка и доказана теорема о существовании и единственности решений нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка в весовом пространстве.

Основные результаты работы обсуждены и получены положительные отзывы на семинарах отдела теории функций и функционального анализа, общеинститутском семинаре Института математики им. А. Дзураева НАН Таджикистана. Результаты диссертации были представлены в ходе выступлений на следующих конференциях: Международная научная конференция «Современные проблемы математического анализа и их приложений», посвященная 60-летию академика К.Х. Бойматова, г. Душанбе, 24 июня, 2010 г., С. 54-56; Международная конференция «Современные проблемы математики и ее приложения», посвященная 70-летию проф. Э.М. Мухамадиева, г. Душанбе, июнь, 2011 г., С.56; Международная научная

конференция «Наука и инновационные разработки –Северу», Россия, г. Мирный, 10-12 марта 2014 г., С.270-271; Международная научная конференция «Современные проблемы функционального анализа и дифференциальных уравнений», посвященная 80-летию чл.-корр. АН РТ, д.ф.-м.н., профессора В.Л. Стеценко, г. Душанбе, 27-28 апреля 2015 г., С. 25; Международная конференция «Функциональные пространства и теория приближения», посвященная 110-летию со дня рождения академика С.М. Никольского, г. Москва, 2015 г., 25-29 мая, С.153-154; VI-ая Всероссийская научно-практическая конференция студентов, аспирантов и молодых ученых. СВФУ им. М.К. Аммосова, Политехнический институт, Россия, г. Мирный, 2015 г., С. 12-14; Международная научная конференция «Современные проблемы математики и её приложений», посвященная 25-летию независимости Республики Таджикистан. Филиал МГУ им М.В. Ломоносова, г. Душанбе, 2016 г., 3-4 июня, С. 79-80; Труды международной летней математической школы-конференции С.Б. Стечкина по теории функций, г. Душанбе, 15-25 августа 2016 г., С. 128-132; Международная математическая конференция по теории функций, посвященная 100-летию член.-кор. РАН СССР А.Ф. Леонтьева, Россия, г. Уфа, 27-30 мая, 2017 г., С. 81-82; Уфимская международная конференция «Современные проблемы математики и ее приложений», Россия, Уфа, 27-30 сентября, 2016 г., С. 79-80; Международная научная конференция «Дифференциальные и интегральные уравнения с сингулярными коэффициентами и краевые задачи теории функций», посвященная 90-летию академика АН Республики Таджикистан, лауреата государственной премии имени Абуали Ибн Сино Михайлова Л.Г., г. Душанбе, 2017 г., 27-28 февраля 2018 г., С. 91-92; IV-ая международная научной конференции «Актуальные проблемы прикладной математики», Приэльбрусье, п. Терскол, Кабардино-Балкарская республика, 22-26 мая 2018 г., С.116; Международная научная конференция «Спектральная теория и смежные вопросы», Россия, г. Уфа, 2018 г., 1-4 октября, С. 93-94; Международная научная конференция «Современные проблемы математики и механики», посвященная 80-летию академика РАН В.А. Садовниченко МГУ, г. Москва, 13-15 мая 2019 г., С.288-290; Международная научно-практическая конференция «Наука и инновационные разработки – Северу», Россия, г. Мирный, 2019 г., 14-15 марта 2019 г., С.122-124; XVI-ая международная конференция, посвященная 80-летию со дня рождения профессора Мишеля Деза, Россия, г. Тула, 13–18 мая 2019 г., С. 292-294; Международная конференция «Современные проблемы и приложения алгебры, теории чисел и математического анализа», посвященная 60-летию

академика Академии наук Республики Таджикистана, доктора физико-математических наук, профессора Рахмонова З.Х. и члена-корреспондента Академии наук Республики Таджикистана, доктора физико-математических наук, профессора Исмокова С.А., Душанбе, 13–14 декабря 2019 г., С. 88-89; Международная конференция «Сингулярные интегральные уравнения и дифференциальные уравнения с сингулярными коэффициентами», посвященная 70-летию профессора Джангибекова Г., Душанбе, 30-31 января 2020 г., С. 162-163.

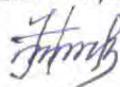
Результаты, полученные в диссертации, носят теоретический характер. Они могут найти применения в теории дифференциальных операторов с частными производными, в теории пространств дифференцируемых функций многих переменных, спектральной теории дифференциальных операторов и в вопросах теории весовых пространств.

Полученные результаты могут быть использованы в научных учреждениях и вузах, где ведутся исследования по теории разделимости нелинейных дифференциальных операторов и по спектральной теории дифференциальных операторов, например, в Математическом институте им. В.А.Стеклова Российской Академии наук, в Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова, в Таджикском национальном университете, в Таджикском государственном педагогическом университете им. С.Айни.

Диссертация Каримова Олимджона Худойбердиевича «Коэрцитивные оценки и разделимость нелинейных дифференциальных операторов» рекомендуется к защите на разовом диссертационном совете 6D.КАО-037 на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.01 – «Вещественный, комплексный и функциональный анализ».

Заключение принято на заседании общеинститутского семинара Института математики им. А. Джураева Академии наук Республики Таджикистан. Присутствовало на заседании - 21 чел. Результаты голосования: «за» - 21 чел, «против» - 0 чел, «воздержалось» - 0 чел., протокол № 6 от 12 февраля 2020 г.

Ученый секретарь Института математики им. А. Джураева,
кандидат физико-математических наук



Н.Н. Назрублов