

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу Аминова
Асламбека Собировича «Нули функции Дэвенпорта-Хейльбронна,
лежащие в коротких промежутках критической прямой»,
представленную на соискание учёной степени кандидата
физико-математических наук по специальности
01.01.06 — Математическая логика, алгебра и теория чисел

Основным предметом исследования диссертационной работы А.С.Аминова является вывод неравенства А.А.Карацубы для количества нулей функции Дэвенпорта-Хейльбронна $f(s)$ в коротких промежутках критической прямой для промежутков, имеющих более короткую длину.

Функция $f(s)$ имеет функциональное уравнение риманова типа, но не имеет эйлерова произведения и не все её комплексные нули лежат в критической прямой, то есть для $f(s)$ гипотеза Римана не выполняется, и более того, число нулей $f(s)$ в области $Re s > 1$, $0 < Im s \leq T$ превосходит cT , $c > 0$ — абсолютная постоянная. С.М.Воронин доказал, что тем не менее “аномально много” нулей $f(s)$ лежат на критической прямой, то есть для $N_0(T)$ — числа нулей $f(s)$ на отрезке $Re s = 1/2$, $0 < Im s \leq T$ имеет место оценка

$$N_0(T) > cT \exp\left(0,05\sqrt{\ln \ln \ln \ln T}\right),$$

где $c > 0$ — абсолютная постоянная, $T \geq T_0 > 0$. А.А.Карацуба доказал, что для промежутков вида $[T, T + H]$, $H = T^{\frac{27}{82} + \varepsilon_1}$ выполняется соотношение

$$N_0(T + H) - N_0(T) \geq H(\ln T)^{\frac{1}{2} - \varepsilon}, \quad (1)$$

что является усилением оценки С.М.Воронина и её обобщения для количества нулей функции $f(s)$ в коротких промежутках критической прямой.

Актуальность и целесообразность диссертационной работы определяются тем, что в ней соотношение (1) доказано для промежутков, имеющих более короткую длину.

Все утверждения теорем и научные положения, сформулированные в диссертации, а также полученные автором формулы и оценки, полностью обоснованы и доказаны в результате применения следующих современных методов теории чисел:

- метода оценки специальных тригонометрических сумм и интегралов Вандер Корпута, оценки полных рациональных сумм Хуа Ло – Кена и метода экспоненциальных пар;
- метода производящих функций, метода комплексного интегрирования и аналитических методов, применяемых в теории функций комплексного переменного;
- метода успокаивающих множителей Сельберга, формулы суммирования Эйлера и формулы обращения Мёбиуса.

Полученные в диссертации результаты являются новыми и снабжены строгими математическими доказательствами, дополняют исследования выше указанных учёных и заключаются в следующем:

1. получены новые оценки сумм Сельберга вида $S(Y)$ и $W(\theta)$;
2. в терминах экспоненциальных пар получены новые равномерные по параметрам оценки специальных тригонометрических сумм $W_j(T)$, $j = 0; 1; 2$, и задача о нетривиальности оценки этих сумм относительно параметра H сведена к проблеме отыскания экспоненциальных пар;
3. доказано неравенство А.А.Карацубы для количества нулей функции Дэвенпорта - Хейльбронна $f(s)$ в коротких промежутках критической прямой для промежутков, имеющих более короткую длину, а именно, если ε и ε_1 – произвольно малые фиксированные положительные числа, не превосходящие 0.001, $H = T^{\frac{131}{416} + \varepsilon_1}$, $T \geq T_0(\varepsilon, \varepsilon_1) > 0$, тогда для количества нулей функции Дэвенпорта-Хейльбронна $f(s)$ в коротких промежутках вида $[T, T + H]$ в критической прямой выполняется неравенство (1).

Основные результаты диссертации носят теоретический характер. Они могут быть использованы в научных институтах и организациях, занимающихся тригонометрическими функциями, в том числе в Математическом институте им. В.А. Стеклова РАН, Институте математики им. А. Джураева АН РТ, в учебном процессе при чтении спецкурсов в МГУ им. М.В. Ломоносова, в Таджикском национальном университете и в других учебных заведениях.

Диссертация А.С.Аминова объёмом 113 страниц состоит из введения, трёх глав и списка цитированной из 31 наименования. Во введении приводится постановка задачи и изложено краткое содержание диссертации.

Первая глава состоит из трёх параграфов, носит вспомогательный характер, посвящена выводу приближённых функциональных уравнений для двух специальных рядов Дирихле и её основным результатом является теорема 1.2 о приближённом функциональном уравнении для основной функции $F(t)$, принимающей вещественные значения при вещественных t и вещественные нули нечётного порядка которого, являются нулями нечётного порядка $f(s)$, лежащими на критической прямой.

Основными результатами второй главы являются леммы 2.1, 2.2 и теорема 2.1. В этих утверждениях исследуются поведения сумм А. Сельберга вида $S(Y)$, вида $W(\theta)$ и тригонометрических сумм $W_j(T)$, $j = 0, 1, 2$. В теореме 2.1 методом экспоненциальных пар получены оценки тригонометрических сумм $W_j(T)$, из которых следуют нетривиальные оценки этих сумм при параметре $H = T^{\frac{131}{416} + \varepsilon_1}$.

В третьей главе, используя результаты предыдущих глав, доказывается основной результат диссертации — теорема 3.1 об оценке снизу для количества нулей функции Дэвенпорта-Хейльброна $f(s)$ в коротких промежутках критической прямой вида $[T, T + H]$, из которой следует справедливость соотношения (1) для промежутков, имеющих длину $H = T^{\frac{131}{416} + \varepsilon_1}$, что является уточнением оценки А.А.Карацубы.

Безусловными достоинствами диссертационной работы А.С.Аминова является тщательность проведенного анализа поставленных задач, строгое математическое доказательство приведённых утверждений, логичная последовательность изложения материалов и её основные результаты.

К недостаткам диссертации можно отнести несколько незначительных опечаток редакционного характера, например:

- с небольшими отличиями история исследования изучаемых объектов приводится автором дважды — во введении (стр. 11-12, стр. 2-4), затем соответственно в главах 2 и 3 (стр. 65-68, стр. 83-84). Вполне достаточно было приведение истории во введении;
- в автореферате (стр. 7) и диссертации (стр. 8 и 19) в формулировке теоремы 1.1 в показателе параметра t пропущен ε , то есть вместо условия $X \geq t^{0,01}$ должно быть $X \geq t^{0,01\varepsilon}$;
- стр.74, строка 9 сверху в функции $\Phi_0(5bu + b_1, 5a(u + h) + a_1, \nu_1, \nu_2, \nu, \nu_3, \nu_4)$, пятый аргумент ν лишний,

не влияющих на научную значимость полученных результатов.

В целом автореферат и диссертационная работа оформлены хорошо.

Диссертация написана автором самостоятельно, обладает внутренним единством, содержит новые научные результаты для тригонометрических сумм, которые могут быть использованы при решении ряда задач аналитической теории чисел. Основные научные результаты диссертации опубликованы в 12 научных работах, 3 из которых опубликованы в изданиях из перечня ВАК при Президенте Республики Таджикистан.

Диссертационная работа на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук является научно-квалификационной работой, в которой содержатся решения задач, имеющих существенное значение для коротких тригонометрических сумм, и полностью удовлетворяет всем требованиям «Порядка присвоения учёных степеней и присуждения учёных званий» утвержденного Постановлением Правительства Республики Таджикистан от 26.11.2016 г., № 505, а её автор заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 — Математическая логика, алгебра и теории чисел.

Официальный оппонент:

Шабозов Мирганд Шабозович,

доктор физико-математических наук по специальности 01.01.01—Вещественный, комплексный и функциональный анализ, профессор, академик АН Республики Таджикистан, профессор кафедры функционального анализа и дифференциальных уравнений механико-математического факультета Таджикского национального университета

Адрес: 734025, г.Душанбе, проспект Рудаки, 17,

тел.: +992 935008652, e-mail: shabozov@mail.ru

Подпись М.Ш.Шабозова удостоверяю

Начальник УК ТНУ



Э. Тавкиев

20.09.2019г.