

**Отзыв официального оппонента на диссертацию Аминова
Асламбека Собировича «Нули функции Дэвенпорта-Хейльбронна,
лежащие в коротких промежутках критической прямой»,
представленную на соискание учёной степени кандидата
физико-математических наук по специальности
01.01.06 — Математическая логика, алгебра и теории чисел**

В работе А.С.Аминова исследуются важные вопросы аналитической теории чисел. Основным предметом исследований является вывод, принадлежащий А.А.Карацубе — оценка снизу для количества нулей функции Дэвенпорта-Хейльбронна $f(s)$ в коротких промежутках критической прямой для промежутков, имеющих более короткую длину. Заметим, что функция $f(s)$ имеет функциональное уравнение риманова типа, не имеет эйлерова произведения и для неё гипотеза Римана не выполняется. Более того, в области $Re s > 1$, $0 < Im s \leq T$ число нулей $f(s)$ превосходит cT . С.М.Воронин доказал, что тем не менее “аномально много” нулей $f(s)$ лежат на критической прямой, то есть для $N_0(T)$ — числа нулей $f(s)$ на отрезке $Re s = 1/2$, $0 < Im s \leq T$ имеет место оценка

$$N_0(T) \gg T \exp\left(0,05\sqrt{\ln \ln \ln T}\right), \quad T \geq T_0 > 0.$$

А.А.Карацуба доказал, что при $H = T^{\frac{27}{82} + \varepsilon_1}$ имеет место оценка

$$N_0(T + H) - N_0(T) \geq H(\ln T)^{\frac{1}{2} - \varepsilon}, \quad (1)$$

тем самым он улучшил и обобщил теорему С.М.Воронина для коротких промежутках критической прямой.

Все приведённые в диссертации теоремы, научные положения, а также полученные формулы строго и полно обоснованы методами аналитической теории чисел. Утверждения диссертации являются обоснованными, снабжены корректными доказательствами, что свидетельствует об их достоверности. Новыми результатами, полученными в диссертационной работе, являются следующие:

1. получены новые оценки сумм Сельберга вида $S(Y)$ и $W(\theta)$;
2. в терминах экспоненциальных пар получены новые равномерные по параметрам оценки специальных тригонометрических сумм $W_j(T)$, $j = 0; 1; 2$, и задача о нетривиальности оценки этих сумм относительно параметра H сведена к проблеме отыскания экспоненциальных пар;
3. доказано неравенство А.А.Карацубы для количества нулей функции Дэвенпорта - Хейльбронна $f(s)$ в коротких промежутках критической прямой для промежутков, имеющих более короткую длину, а именно, если ε и ε_1 — произвольно малые фиксированные положительные числа, не превосходящие 0.001, $H = T^{\frac{131}{416} + \varepsilon_1}$, $T \geq T_0(\varepsilon, \varepsilon_1) > 0$,

тогда для количества нулей функции Дэвенпорта-Хейльбронна $f(s)$ в коротких промежутках вида $[T, T + H]$ в критической прямой выполняется неравенство (1).

Работа носит теоретический характер и может быть использована в научных исследованиях, проводимых в МГУ им. М.В.Ломоносова, Математическом институте им. В.А.Стеклова, Институте математики им. А.Джураева, Таджикском национальном университете, Курган-Тюбинском государственном университете им. Носира Хусрава, а также в других ведущих научных организациях зарубежья.

Работа состоит из введения, трёх глав и заключения. В достаточно подробном введении автор даёт обзор проведённых ранее исследований, связанных с тематикой работы, формулирует основные результаты.

В первой главе, состоящей из трёх параграфов, получены приближённые функциональные уравнения для двух рядов Дирихле $G(t, \chi)$ и $F(t)$ (теорема 1.1 и 1.2). Функция $G(t, \chi)$ получается из функции Дирихле $L(0, 5 + it, \chi)$ умножением на функцию $|\varphi(0, 5 + it)|^2$, которая называется успокаивающим множителем. Теорема 1.1. используется при доказательстве теоремы 1.2.

Во первом и втором параграфах второй главы получены асимптотическая формула с двумя главными членами для суммы А.Сельберга вида $S(Y)$ (лемма 2.1) и оценка сверху для суммы А. Сельберга вида $W(\theta)$ (лемма 2.2). Следует отметить, что коэффициенты асимптотической формулы являются суммами А.Сельберга вида $W(0)$ и вида $W(1 - 2\theta)$. В третьем параграфе второй главы в терминах экспоненциальных пар получены оценки тригонометрических сумм $W_j(T)$, $j = 1, 2, 3$ (теорема 2.1), следствием которых являются нетривиальные оценки этих сумм при параметре $H = T^{\frac{131}{116} + \varepsilon_1}$, что является уточнением соответствующей оценки А.А.Карацубы, который получил подобные оценки при $H = T^{\frac{27}{82} + \varepsilon_1}$.

В третьей главе на основе результатов первых двух глав получена оценка снизу для количества нулей функции Дэвенпорта-Хейльбронна $f(s)$ в коротких промежутках вида $[T, T + H]$ критической прямой (теорема 3.1). Этот результат является основным результатом диссертационной работы, следствием которого является уточнение оценки А.А.Карацубы, то есть справедливость соотношения (1) при $H = T^{\frac{131}{116} + \varepsilon_1}$.

Достоинствами диссертации являются вышеперечисленные новые результаты, полученные применением современных методов аналитической теории чисел, а именно:

- метода оценки специальных тригонометрических сумм и интегралов Ван дер Корпута, оценки тригонометрических интегралов по величине модуля производных, оценки полных рациональных сумм Хуа Ло – Кена и метода экспоненциальных пар;
- метода производящих функций, метода комплексного интегрирования и аналитических методов, применяемых в теории функций комплексного переменного;

- метода успокаивающих множителей Сельберга, формулы суммирования Эйлера и формулы обращения Мёбиуса.

При чтении диссертации замечено несколько опечаток и стилистических погрешностей, например

- в диссертации (стр. 8 и 19) в формулировке теоремы 1.1 в показателе параметра t пропущен ε , то есть вместо условия $X \geq t^{0,01}$ должно быть $X \geq t^{0,01\varepsilon}$;
- стр.74, строка 9 сверху в функции $\Phi_0(5bu + b_1, 5a(u+h) + a_1, \nu_1, \nu_2, \nu, \nu_3, \nu_4)$, пятый аргумент ν лишний,

однако они не влияют на положительную оценку диссертационной работы.*

По теме диссертации опубликованы 12 научных работ, 3 из которых опубликованы в рецензируемых журналах из перечня ВАК при Президенте Республики Таджикистан. Автореферат соответствует требованиям ВАК, полно и правильно отражает основные положения диссертационной работы.

Диссертационная работа Аминова Асламбека Собировича «Нули функции Дэвешпорта-Хейльброна, лежащие в коротких промежутках критической прямой» на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук является научно-квалификационной работой, в которой содержатся решения задач, имеющих существенное значение для коротких тригонометрических сумм, и полностью удовлетворяет всем требованиям «Порядка присвоения учёных степеней и присуждения учёных званий» утвержденного Постановлением Правительства Республики Таджикистан от 26.11.2016 г., № 505, а её автор заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 — Математическая логика, алгебра и теории чисел.

Официальный оппонент:

Мирзорахимов Шерали Хусейнбоевич,

кандидат физико-математических наук по специальности

01.01.06–Математическая логика, алгебра и теория чисел,

старший преподаватель кафедры математического анализа

Бохтарского государственного университета им. Носира Хусрава.

Адрес: 735140 г. Бохтар ул. Айни, 67, тел. +992 988557380;


e-mail: smirzorakhimov@mail.ru


23 09 2019

Подпись Ш.Х. Мирзорахимова, заверяю.

Учёный секретарь БГУ им. Носира Хусрава



 А.А. Амиршоев