КУЛЯБСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ АБУАБДУЛЛОХ РУДАКИ

УДК 512.548

На правах рукописи

Давлатбеков Акимбек Авалбекович

АВТОМОРФИЗМЫ, ЭНДОМОРФИЗМЫ И КОНГРУЭНЦИИ ОБОБЩЕННЫХ ЛИНЕЙНЫХ КВАЗИГРУПП

01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Куляб – 2019

Работа выполнена на кафедре математики и методики её преподавания Кулябского государственного университета имени Абуабдуллох Рудаки

Научный руководитель: **Табаров Абдулло Хабибуллоевич,** член-корреспондент Академии наук Республики Таджикистан, профессор, доктор физико-математических наук, Кулябский государственный университет имени Абуабдуллох Рудаки, ректор

Официальные оппоненты: **Усманов Зафар Джураевич,** академик Академии наук Республики Таджикистан, профессор, доктор физико-математических наук, Институт математики им. А.Джураева АН Республики Таджикистан, заведующий отделом математического моделирования

Азамов Аслиддин Замонович, кандидат физико-математических наук, Таджикский национальный университет, заведующий кафедрой алгебры и теории чисел

Оппонирующая организация: Таджикский государственный педагогический университет имени С.Айни

Защита состоится 4 октября 2019 г. в 10:00 часов на заседании диссертационного совета 6D.KOA-037 при Институте математики имени А.Джураева Академии наук Республики Таджикистан по адресу: 734063, г.Душанбе, ул. Айни 299/4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института математики им. А.Джураева Академии наук Республики Таджикистан, а также па сайте http://www.mitas.tj

Автореферат разослан "___" ____________ 2019 г.

Ученый секретарь диссертационного совета 6D.KOA-037, кандидат физико-математических наук **Каримов О.Х.**

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Теория линейных квазигрупп занимает одно из центральных мест в общей теории квазигрупп. Первые исследования в этом направлении принадлежат работам К.Тойода[1] и Р. Брака [2] по исследовании так называемых медиальных квазигрупп. Квазигруппа $(Q, \cdot)$ называется медиальной, если в ней выполняется тождество $xy \cdot uv = xu \cdot yv$. Брак и Тойода доказали, что всякая медиальная квазигруппа $(Q, \cdot)$ имеет следующую конструкцию

$$x \cdot y = \varphi x + c + \psi y, \tag{1}$$

где $(Q, +)$ - абелева группа, φ и ψ - автоморфизмы группы $(Q, +)$, c - фиксированный элемент из Q, причем $\varphi\psi = \psi\varphi$. Другими словами, любая медиальная квазигруппа "строится"из абелевой группы представлением (1).

Конструкция (1) оказалось удачной при исследовании большого класса квазигрупп, а именно, $T-$квазигрупп, $CH-$квазигрупп, дистрибутивных квазигрупп, $F-$квазигрупп и даже $n-$арных квазигрупп. Термин линейная квазигруппа впервые введено В.Д.Белоусовым[3], при исследовании уравновешенных тождеств в квазигруппах.

Квазигруппа $(Q, \cdot)$ называется *линейной* над группой $(Q, +)$, если $(Q, \cdot)$ имеет вид (1). В случае, если $(Q, +)$ - абелева группа, то квазигруппа $(Q, \cdot)$ вида (1) называется $T-$*квазигруппой.* Следует отметить, что $T-$квазигруппы введены и подробно исследованы чешскими алгебраистами Т.Кепка и П.Немец [4,5] . В дальнейшем линейные квазигруппы и некоторые их обобщения изучались многими другими алгебраистами.

Классы линейных и алинейных квазигрупп образуют многообразие, то есть эты классы можно охарактеризовать тождествами или системой тождеств. Впервые этот факт был доказан Г.Б.Белявской и А.Х.Табаровым [6]. В дальнейшим этим авторам удалось доказать, что другие обобщения линейных квазигрупп, а именно, левые (правые) линейные квазигруппы, смешанные типы линейности и т.д. также образуют многообразие.

---

[1] К.Тойода. On axioms of linear functions // Proc. Imp. Acad.Tokyo, 1941, vol.17, P. 221-227.

[2] Р. Брака. A survey of binary systems // Berlin - New York, 1958.

[3] В.Д.Белоусов. Уравновешенные тождества в квазигруппах // Мат. сборник, 1966, 70(112): 1. С. 55-97.

[4] Т.Кепка и П.Немец. T-quasigroups I // IActa univ. Carolin. Math.Phis., 1971, vol.12, №. 1, P. 31-39.

[5] Т.Кепка и П.Немец. T-quasigroups II // IActa univ. Carolin. Math.Phis., 1971, vol.12, №. 1, P. 39-49.

[6] Г.Б.Белявской и А.Х.Табаров. Характеристика линейных и алинейных квазигрупп // Дискретная математика, РАН, 1992, том 4. вып.2, С. 142-147.

Ввиду удачной конструкции линейных квазигрупп, большинство алгебраистов изучали квазигруппы, линейные над некоторой "хорошей" (то есть изученной) лупой, например коммутативные лупы Муфанг (кратко КЛМ). Лупа $(Q,+)$ называется лупой Муфанг, если в ней выполняется тождество $x+(y+(x+z))=((x+y)+x)+z$. Многие известные классы квазигрупп входят в класс линейных квазигрупп. Например, медиалные квазигрупппы (*теорема Брака-Тойоды*[5]), $T-$квазигруппы[4,5], $CH-$квазигруппы (*теорема Манина* [7]), дистрибутивные квазигруппа (*теорема В.Д.Белоусова*[8]), дистрибутивные квазигруппа Штейнера, леводистрибутивные квазигруппы (*теорема Белоусова-Оноя,* [9]) F-квазигруппы (*теорема Кепки-Киньона-Филлипса,* [10]) n-арные медиальные квазигруппы (*теорема Ивэнса* [11]) являются квазигруппами такого вида.

Квазигруппа $(Q,\cdot)$ называется дистрибутивной, если ней выполняются тождества $x\cdot yz=xy\cdot xz$ и $xy\cdot z=xz\cdot yz$.

В.Д.Белоусов в 1958 году доказал, что любую дистрибутивную квазигруппы можно получить таким образом: $x\cdot y=\varphi x+\psi y$, где $(Q,+)$ - КЛМ, $\varphi,\psi\in Aut(Q,+)$.

Ю.И.Манин[7] исследовал кубические гиперповерхности. При решении одной задачи алгебраической геометрии, Ю.И.Манины ввел $CH-$квазигруппы, то есть квазигруппа с тождествами $xy=yx$, $x(xy)=y$ любые три элемента которых порождают медиальную квазигруппу.

Ю.И.Манин доказал, что любую $CH-$квазигруппу можно получить следующим образом: $xy=(-x-y)+d$, где $d\in Z(Q,+)$, то есть d из центра КЛМ $(Q,+)$. Напомним что подмножества Z из КЛМ $(Q,+)$ со свойством $Z=\{a\in Q\mid a+(x+y)=(a+x)+y, x,y\in Q\}$ называется центром КЛМ.

Согласно теоремы Ш.Стейна [12], любую леводистрибутивную квазигруппу $(Q,\cdot)$, изотопную группе $(Q,+)$, можно получить с помощью следующей конструкции: $x\cdot y=\varphi x+\psi y$, где $\varphi\in Aut(Q,+)$, ψ подстановка множества Q.

---

[7] Манин Ю.И. Кубические формы // - М.: Наука, 1972.

[8] Белоусов В.Д. О структуре дистрибутивных квазигрупп // - Мат. сборник, 1960, 50(92), 3, С. 267-298.

[9] Белоусов В.Д. О лупах, изотопных леводистрибутивным квазигруппам // - Мат. исслед., Кишинев, 1972, 3(25), С. 135-152.

[10] Kepka T., Kinyon M.K. and Phillips J.D. The structure of F-quasigroups. http://arxiv.org/abs/math/0510298(2005), P. 24.

[11] Evans T. Abstract mean values [Текст] /T.Evans// Duke math. J. 1963, vol. 30, P. 331-347.

[12] Белоусов В.Д. Основы теории квазигрупп и луп // - М.: Наука, 1967.- 222. С.

При исследовании линейных квазигрупп рассмотрены следующие аспекты: автоморфизмы, эндоморфизмы, автотопии, эндотопии, гомоморфизмы, изоморфизмы, конгруэнции, тождества и т.д.

Актуальность и целесообразность диссертационной работы определяются тем, что в ней получены общий вид автотопий, эндотопий, автоморфизмы, эндоморфизмы обобщенных линейных квазигрупп. Кроме того, доказана проблема Белоусова о нормальности конгруэнций для некоторых классов обобщенных линейных квазигрупп.

Достаточно подробный исторический обзор развития теории квазигрупп содержатся в работах. [13, 14, 15, 16, 17]

Все рассуждения, приведенные выше, можно отнести к обоснованию и актуальности выбранной темы диссертации.

Автор данной диссертационной работы благодарит своего научного руководителя, профессора А.Х. Табарова, за постановку задач, постоянное внимание и всестороннюю поддержку.

Цель работы. Основная цель диссертации заключается в следующем:

- *исследовать гомоморфизмы, автоморфизмы, эндоморфизмы и конгуэнции обобщенных линейных квазигрупп;*
- *решение задачи В.Д.Белоусова для некоторых классов линейных квазигрупп;*
- *характеризация обобщенных линейных квазигрупп различными тождествами;*

Методы исследования. В работе применялись алгебраические и комбинаторные методы исследования, методы профессора В.А.Щербакова по исследованию автоморфизмов, изоморфизмов и гомоморфизмов квазигрупп, методы, разработанные на семинарах института математики под руковод-

---

[13] Белоусов В.Д. лементы теории квазигрупп // Учебное пособие по спецкурсу. Кишиневский государственный университет. Кишинев, 1981. - 95.С.

[14] Галкин В.М. Квазигруппы. Итоги науки и техники // Серия. Алгебра. Топология. Геометрия. - М.: ВИНИТИ, 1988, том 26, С. 3-44.

[15] Shcerbacov V.A. On linear and inverse quasigroups and their applications in code theory // Thesis a Doctor's Degree, Chisinau, 2006.-245.P.

[16] Bruck R.H. Contributions to the theory of loops// Trans. Amer. Math. Soc., 1946, vol.60, P. 245-354.

[17] Pflugfelder H.O. Quasigroups and loops// Introduction. Sigma Series in Pure Math., 8, Heldermann Verlag, Berlin, 1990.

ством академика АН РТ З.Х.Рахмонова, а также разработанные профессором А.Х.Табаровым методы исследования линейных квазигрупп.

Научная новизна. Все включенные в диссертационную работу результаты являются новыми. В диссертации получены следующие результаты:

- описано строение автотопий, антиавтотопий и эндотопий обобщенных линейных квазигрупп.
- найдено представление произвольного эндоморфизма (автоморфизма) всех типов обобщенных линейных квазигрупп.
- решена задача Белоусова об условиях нормальности конгруэнции некоторых подклассов обобщенных линейных квазигрупп.

Практическая и теоретическая ценность. Работа носит теоретический характер. Полученные в ней результаты могут быть использованы в различных разделах общей теории групп, теории квазигрупп, и неассоциативных алгебраических систем.

Апробация полученных результатов. Включенные в данную диссертационную работу результаты докладывались на следующих конференциях и научных семинарах.

- международная научная конференция «Дифференциальные уравнения, математический анализ и теория чисел», посвящённая 25-летию XVI сессии Верховного Совета Республики Таджикистан, Курган-Тюбе, 27-28 октября 2017г.
- материалы республиканской научно-теоретической конференции профессорско-преподавательского состава и сотрудников ТНУ, посвященной «20-ой годовщине Дня национального единства» и « Году молодёжи» Душанбе, 2017.
- материалы международной научной конференции, посвященной 90-летию академика АН РТ, лаурета государственной премии имени Абуали Ибн Сино Михайлова Леонида Григорьевича, Душанбе, 27-28 февраля 2018 г.
- международная алгебраическая конференция, посвящённая 90-летию со дня рождения профессора В.Д.Белоусова, Молдова, 18-22 апреля 2018 г.
- международная алгебраическая конференция, посвящённая 110-летию со дня рождения профессора А.Г.Куроша, МГУ им. М.В.Ломоносова, Москва, 22-25 мая 2018 г.

- международная конференция "Мальцевские чтения" Институт математики им. С.Л.Соболева Сибирского отделения Российской академии наук, 19-22 ноября 2018 г.
- современные проблемы алгебры и теории чисел. Материалы научно-теоретической конференции, посвящённой 90-летию со дня рождения профессора Бабаева Г.Б. Душанбе, 14-15 декабря 2018 г.
- XXVI международная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых. МГУ им. М.В.Ломоносова, Москва, 9-13 апреля 2019г.
- международная конференция, посвящённой 90 - летию кафедры высшей алгебры механико- математического факультета, МГУ им. М.В.Ломоносова, Москва, 28-31 мая 2019 г.
- республиканская научно-практическая конференция на тему "Воспитание и подготовка учителей математики в высших педагогических заведениях Таджикистана в современных условиях" посвященная 80-летию доктора педагогических наук, профессора Ислома Гуломова, Куляб, 8-9 июня 2019 г.
- семинары Института математики АН Республики Таджикистан под руководством академика АН РТ Рахмонова З.Х.(2018- 2019 г.г);
- семинары кафедры математики и методики её преподавания Кулябского государственного университета имени А. Рудаки (2013-2019 гг.);

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в 16 научных работах, 5 статьях и 11 тезисах, список которых приведен в конце автореферата. В работе, написанное совместно с А.Х.Табаровым, соавтору принадлежат постановка задач и выбор метода доказательств результатов.

Структура и объём диссертации. Диссертация состоит из ведения, двух глав, разбитых на 12 параграфов, обзора полученных результатов и списка цитированной литературы. Все теоремы, леммы, предложения, следствия, замечания и формулы нумеруются тремя числами, первое из которых обозначает номер главы, второе номер параграфа. Полный объем диссертации 115 страниц, библиография включает 59 наименований.

Краткое содержание диссертационной работы

Диссертация начинается с введения. В нем освещается актуальность выбранной темы диссертации, цель работы, апробация и краткое изложение полученных результатов.

В главе I "Автоморфизмы и эндоморфизмы обобщенных линейных квазигрупп" приведены основные понятия и необходимые сведения, нужные нам в дальнейшем. В параграфе 1.2. исследованы свойства линейных и алинейных квазигрупп, а именно: порождающие группы внутренних подстановок обобщенных линейных квазигрупп представлены посредством трансляции и автоморфизмов соответствующей группы, доказано условие, когда подквазигруппа линейной слева (справа) квазигруппы является также линейной слева (справа) квазигруппой, найдены все парастрофы названных классов квазигрупп. Кроме того, исследованы изоморфизмы, автоморфизмы, гомоморфизмы и эндоморфизмы линейных слева (справа) квазигрупп.

Теорема 1.3.2. *Любая автотопия линейной слева квазигруппы* $(Q,\cdot)$ $x\cdot y = \varphi x + c + \beta y$, *имеет вид:*

$$P = (\tilde{L}_{\varphi a}\varphi\theta\varphi^{-1}, \tilde{L}_c\beta\tilde{R}_b\theta\beta^{-1}\tilde{L}_{-c}, \tilde{L}_a\tilde{R}_b\theta),$$

где $\varphi, \theta \in Aut(Q,+)$, β *- подстановка множества* Q, a, b, c *- фиксированные элементы из* Q.

Аналогичные утверждения верны для класса алинейных слева (справа) квазигрупп.

Следствие 1.3.3. *Любой автоморфизм* γ *линейной слева (справа) квазигруппы вида* $x\cdot y = \varphi x + c + \beta y$ $(x\cdot y = \alpha x + c + \psi y)$, *можно представить в виде:*

$$\gamma = \tilde{L}_{\varphi a}\varphi\theta\varphi^{-1} = \tilde{L}_c\beta\tilde{R}_b\theta\beta^{-1}\tilde{L}_{-c} = \tilde{L}_a\tilde{R}_b\theta$$

$$(\gamma = \alpha\tilde{L}_a\theta\alpha^{-1} = \tilde{L}_c\tilde{R}_{\psi b}\psi\theta\psi^{-1}\tilde{L}_{-c} = \tilde{L}_a\tilde{R}_b\theta).$$

Теорема 1.3.6. *Любая антиавтотопия линейной слева квазигруппы* $(Q,\cdot)$ $x\cdot y = \varphi x + c + \beta y$, *имеет вид:*

$$P = (\varphi^{-1}\tilde{R}_{-c}\tilde{L}_a\bar{\theta}\beta, \beta^{-1}\tilde{R}_b\bar{\theta}\tilde{R}_c\varphi, \tilde{L}_a\tilde{R}_b\bar{\theta}),$$

где $\varphi \in Aut(Q,+)$, $\bar{\theta}$ *- антиавтоморфизм группы* $(Q,+)$, β *- подстановки множества* Q, a, b, c *- фиксированные элементы из* Q.

Аналогичные утверждения верны для класса алинейных слева (справа) квазигрупп:

Теорема 1.3.7. *Пусть* $(Q, \cdot)$ *и* $(Q, \circ)$*- линейные слева над группой* $(Q, +)$ *квазигруппы :* $x \cdot y = \varphi_1 x + c_1 + \beta_1 y$, $x \circ y = \varphi_2 x + c_2 + \beta_2 y$, *и* $\gamma \in Aut(Q, +)$. *Тогда автоморфизм* γ *группы* $(Q, +)$ *является изоморфизмом квазигрупп* $(Q, \cdot)$ *и* $(Q, \circ)$ *тогда и только тогда, когда*

$$\gamma\ \varphi_1 \gamma^{-1} = \varphi_2, \quad \gamma \beta_1 \gamma^{-1} = \beta_2, \quad \gamma(c_1) = c_2.$$

"Симметричные" утверждения верны и для случая линейных справа квазигрупп.

Предложение 1.3.1. *Пусть* $(Q, \cdot)$ *и* $(Q, \circ)$ *- линейные справа над группой* $(Q, +)$ *квазигруппы :* $x{\cdot}y = \alpha_1 x + c_1 + \psi_1 y$, $x{\circ}y = \alpha_2 x + c_2 + \psi_2 y$, γ *- изоморфизм квазигрупп* $(Q, \cdot)$ *и* $(Q, \circ)$*:* $x \cdot y = \gamma^{-1}(\gamma x \circ \gamma y)$. *Тогда изоморфизм* γ *можно представить в виде*

$$\gamma = \gamma^{-1} \alpha_2 \tilde{L}_a \theta \alpha_1^{-1} = \gamma^{-1} \tilde{L}_{c_2} \tilde{R}_{\psi_2 b} \psi_2 \theta \psi_1^{-1} \tilde{L}_{-c_1} = \tilde{L}_a \tilde{R}_b \theta.$$

Теорема 1.4.1. *Пусть* (Q, A) *- линейная квазигруппа:* $A(x, y) = \varphi x + c + \psi y$, (Q, A^{-1}) *- ее парастроф.* $A^{-1}(x, y) = J\psi^{-1}\varphi x + J\psi^{-1}c + \psi^{-1}y$. *Тогда любая автотопия квазигруппы* (Q, A^{-1}) *имеет вид:*

$$P = (J\psi^{-1}\varphi \tilde{L}_a \theta J \psi \varphi^{-1}, \tilde{L}_{J\psi^{-1}c} \psi^{-1} \theta \psi \tilde{L}^{-1}_{\psi^{-1}c}, \tilde{L}_a \tilde{R}_b \theta),$$

где $\varphi, \psi, \theta \in Aut(Q, +)$, a, b, c *- фиксированные элементы из* Q.

Аналогично, если $(Q,^{-1} A)$ - парастроф квазигруппы вида $^{-1}A(x, y) = \varphi^{-1}x + J\varphi^{-1}c + J\varphi^{-1}\psi y$, то любая автотопия квазигруппы $(Q,^{-1} A)$ имеет вид:

$$P = (\varphi^{-1} \tilde{L}_a \theta \varphi, \tilde{L}_{J\varphi^{-1}c} J \varphi^{-1} \psi \tilde{R}_b \theta J \varphi \psi^{-1} \tilde{L}_{J\varphi^{-1}c}, \tilde{L}_a \tilde{R}_b \theta),$$

где $\tilde{L}_a x = a + x, \tilde{R}_b x = x + b$, левая и правая трансляции группы $(Q, +)$, $\varphi, \psi, \theta, \varphi^{-1}, \psi^{-1} \in Aut(Q, +)$, $a, b \in Q$.

Следствие 1.4.1. *Любой автоморфизм* γ *квазигруппы* $A^{-1}(x, y) = J\psi_1^{-1}\varphi_1 x + J\psi_1^{-1}c_1 + \psi_1^{-1}y \quad (^{-1}A(x, y) = \varphi^{-1}x + J\varphi^{-1}c + J\varphi^{-1}\psi y)$, *можно представить в виде:*

$$\gamma = J\psi^{-1}\varphi \tilde{L}_a \theta J \psi \varphi^{-1} = \tilde{L}_{J\psi^{-1}c} \psi^{-1} \theta \psi \tilde{L}^{-1}_{\psi^{-1}c} = \tilde{L}_a \tilde{R}_b \theta,$$

$$(\gamma = \varphi^{-1} \tilde{L}_a \theta \varphi = \tilde{L}_{J\varphi^{-1}c} J \varphi^{-1} \psi R_b \theta J \varphi \psi^{-1} \tilde{L}_{J\varphi^{-1}c} = \tilde{L}_a \tilde{R}_b \theta).$$

Следствие 1.4.4. Любая антиавтотопия алинейной квазигруппы $A^{-1}(x,y) = J\bar{\psi}^{-1}\bar{\varphi}y + J\bar{\psi}^{-1}c + \bar{\psi}^{-1}y \quad ({}^{-1}A(x,y) = \bar{\varphi}^{-1}x + J\bar{\varphi}^{-1}c + J\bar{\varphi}^{-1}\bar{\psi}y)$. имеет вид:

$$P = (J\tilde{L}_{\bar{\psi}\bar{\varphi}^{-1}a}\bar{\psi}\bar{\varphi}^{-1}\theta\bar{\psi}\tilde{L}^{-1}_{\bar{\psi}^{-1}c}, \bar{\psi}\tilde{L}_{J\bar{\psi}^{-1}c}\tilde{R}_b\bar{\psi}^{-1}\bar{\varphi}, \tilde{L}_a\tilde{R}_b\theta)$$

$$(P = (\bar{\varphi}\tilde{L}_a\theta\tilde{L}_{J\bar{\varphi}^{-1}c}J\bar{\varphi}^{-1}\bar{\psi}, J\bar{\varphi}\bar{\psi}^{-1}\tilde{L}^{-1}_{J\bar{\varphi}^{-1}c}R_b\theta\bar{\varphi}^{-1}, \tilde{L}_a\tilde{R}_b\theta)),$$

где $\bar{\varphi}, \bar{\psi}, \bar{\theta}$ - антиавтоморфизмы группы $(Q,+)$, a, b, c - фиксированные элементы из Q.

Теорема 1.5.1. *Пусть* $(Q,\cdot)$ *- линейная справа (слева) квазигруппа вида* $x \cdot y = \alpha x + \psi y \quad (x \cdot y = \varphi x + \beta y)$. *Любая эндотопия квазигруппы* $(Q,\cdot)$ *имеет вид:*

$$P = (\alpha\tilde{L}_a\sigma\alpha^{-1}, \tilde{R}_{\psi b}\psi\sigma\psi^{-1}, \tilde{L}_a\tilde{R}_b\sigma)$$

$$(P = (\tilde{L}_{\varphi a}\varphi\sigma\varphi^{-1}, \beta\tilde{R}_b\sigma\beta^{-1}, \tilde{L}_a\tilde{R}_b\sigma)),$$

где $\tilde{L}_a x = a + x, \tilde{R}_b x = x + b$, *левая и правая трансляции группы* $(Q,+)$, $\alpha^{-1}, \beta^{-1}(\varphi^{-1}, \psi^{-1})$ *- обратная подстановка (автоморфизм) для* $\alpha, \beta(\varphi, \psi)$.

Следствие 1.5.1. *Любой эндоморфизм линейной слева (справа) квазигруппы вида* $x \cdot y = \varphi x + \beta y$ $(x \cdot y = \alpha x + \psi y)$ *можно представить в виде*

$$E = \tilde{L}_{\varphi a}\varphi\sigma\varphi^{-1} = \beta\tilde{R}_b\sigma\beta^{-1} = \tilde{L}_a\tilde{R}_b\sigma$$

$$(E_1 = \alpha\tilde{L}_a\sigma\alpha^{-1} = \tilde{R}_{\psi b}\psi\sigma\psi^{-1} = \tilde{L}_a\tilde{R}_b\sigma).$$

Теорема 1.5.2. *Пусть* $(Q,\cdot)$ *- алинейная слева (справа) квазигруппа вида* $x \cdot y = \bar{\varphi}x + \beta y \quad (x \cdot y = \alpha x + \bar{\psi}y)$. *Любая эндотопия квазигруппы* $(Q,\cdot)$ *имеет вид:*

$$\bar{P} = (\bar{\varphi}^{-1}\tilde{L}_a\sigma\bar{\varphi}, \beta\tilde{R}_b\sigma\beta^{-1}, \tilde{L}_a\tilde{R}_b\sigma)$$

$$(\bar{P} = (\alpha\tilde{L}_a\sigma\alpha^{-1}, \bar{\psi}^{-1}\tilde{R}_b\sigma\bar{\psi}, \tilde{L}_a\tilde{R}_b\sigma)).$$

Теорема 1.5.3. *Пусть* $(Q,\cdot)$ *и* $(Q,\circ)$ *- линейные справа квазигруппы вида* $x \cdot y = \alpha_1 x + \psi_1 y$, $x \circ y = \alpha_2 x + \psi_2 y$. *Подстановки* α_1, α_2, *такие, что* $\alpha_1 0 = 0$, $\alpha_2 0 = 0$, *где* 0 *- нулевой элемент группы* $(Q,+), \gamma$ *- произвольный эндоморфизм группы* $(Q,+)$. *Тогда* γ *является гомоморфизмом квазигруппы* $(Q,\cdot)$ *в* $(Q,\circ)$ *тогда и только тогда, когда выполняются следующие условия*

$$\gamma\alpha_1 = \alpha_2\gamma, \quad \gamma\psi_1 = \psi_2\gamma.$$

"Симметричные" утверждения верны и для случая линейных слева квазигрупп.

Предложение 1.5.1. *Пусть* $(Q,\cdot)$ *и* $(Q,\circ)$ *- линейные слева над группой* $(Q,+)$ *квазигруппы :* $x \cdot y = \varphi_1 x + c_1 + \beta_1 y$, $x \circ y = \varphi_2 x + c_2 + \beta_2 y$, γ *- гомоморфизм квазигруппы* $(Q,\cdot)$ *в* $(Q,\circ)$*:* $\gamma(x \cdot y) = \gamma x \circ \gamma y$. *Тогда гомоморфизм* γ *можно представить в виде*

$$\gamma = \tilde{R}_{c_2}\tilde{L}_{\varphi_2 a}\varphi_2\theta\varphi_1^{-1}\tilde{R}_{-c_1} = \beta_2\tilde{R}_b\theta\beta_1^{-1} = \tilde{L}_a\tilde{R}_b\theta.$$

Аналогично, если $(Q,\cdot)$ *и* $(Q,\circ)$ *- линейные справа над группой* $(Q,+)$ *квазигруппы вида:* $x\cdot y = \alpha_1 x + c_1 + \psi_1 y$, $x \circ y = \alpha_2 x + c_2 + \psi_2 y$, γ *- гомоморфизм квазигруппы* $(Q,\cdot)$ *в* $(Q,\circ)$*:* $\gamma(x\cdot y) = (\gamma x \circ \gamma y)$. *Тогда гомоморфизм* γ *можно представить в виде*

$$\gamma = \tilde{R}_{c_2}\alpha_2\tilde{L}_a\theta\alpha_1^{-1}\tilde{R}_{-c_1} = \tilde{R}_{\psi_2 b}\psi_2\theta\psi_1^{-1} = \tilde{L}_a\tilde{R}_b\theta.$$

Предложение 1.5.5. *Пусть* $(Q,\cdot)$ *и* $(Q,\circ)$ *- алинейная слева над группой* $(Q,+)$ *квазигруппы :* $x \cdot y = \bar{\varphi}_1 x + c_1 + \beta_1 y$, $x \circ y = \bar{\varphi}_2 x + c_2 + \beta_2 y$, γ *- гомоморфизм квазигруппы* $(Q,\cdot)$ *в* $(Q,\circ)$*:* $\gamma(x \cdot y) = \gamma x \circ \gamma y$. *Тогда гомоморфизм* γ *можно представить в виде*

$$\gamma = \tilde{L}_{\bar{\varphi}_2 a}\bar{\varphi}_2\theta\bar{\varphi}_1^{-1} = \tilde{L}_{c_2}\beta_2\tilde{R}_b\theta\beta_1^{-1}\tilde{L}_{-c_1} = \tilde{L}_a\tilde{R}_b\theta.$$

Теорема 1.6.1. *Пусть* (Q,A) *- линейная квазигруппа:* $A(x,y) = \varphi x + c +$ $+\psi y$, (Q,A^{-1}) *- ее парастроф,* $A^{-1}(x,y) = J\psi^{-1}\varphi x + J\psi^{-1}c + \psi^{-1}y$. *Любая эндотопия квазигруппы* (Q,A^{-1}) *имеет вид:*

$$P = (J\psi^{-1}\varphi\tilde{L}_a\sigma J\psi\varphi^{-1}, \tilde{L}_{J\psi^{-1}c}\psi^{-1}\sigma\psi\tilde{L}^{-1}_{\psi^{-1}c}, \tilde{L}_a\tilde{R}_b\sigma),$$

где $\tilde{L}_a x = a + x, \tilde{R}_b x = x + b$, *левая и правая трансляции группы* $(Q,+)$, $\alpha^{-1}(\psi^{-1})$ *- обратная подстановка (автоморфизм) для* $\alpha(\psi)$.

Следствие 1.6.1. *Любой эндоморфизм* γ *линейной квазигруппы вида* $A^{-1}(x,y) = J\psi_1^{-1}\varphi_1 x + J\psi_1^{-1}c_1 + \psi_1^{-1}y$ $({}^{-1}A(x,y) = \varphi^{-1}x + J\varphi^{-1}c + J\varphi^{-1}\psi y)$, *можно представить в виде:*

$$\gamma = J\psi^{-1}\varphi\tilde{L}_a\sigma J\psi\varphi^{-1} = \tilde{L}_{J\psi^{-1}c}\psi^{-1}\sigma\psi\tilde{L}^{-1}_{\psi^{-1}c} = \tilde{L}_a\tilde{R}_b\sigma$$

$$(\gamma = \varphi^{-1}\tilde{L}_a\sigma\varphi = \tilde{L}_{J\varphi^{-1}c}J\varphi^{-1}\psi R_b\sigma J\varphi\psi^{-1}\tilde{L}_{J\varphi^{-1}c} = \tilde{L}_a\tilde{R}_b\sigma).$$

Теорема 1.6.2. *Пусть* (Q,A^{-1}) *и* (Q,B^{-1}) *парастрофы линейной квазигруппы (Q, A):* $A(x,y) = \varphi x + c + \psi y$, $\gamma \in End(Q,+)$, *где* $A^{-1}(x,y) =$

$= J\psi_1^{-1}\varphi_1 x + J\psi_1^{-1}c_1 + \psi_1^{-1}y$, $B^{-1}(x,y) = J\psi_2^{-1}\varphi_2 x + J\psi_2^{-1}c_2 + \psi_2^{-1}y$. *Тогда эндоморфизм γ группы $(Q,+)$ является гомоморфизмом квазигруппы (Q,A^{-1}) в квазигруппу (Q,B^{-1}) тогда и только тогда, когда*

$$\gamma J\psi_1^{-1}\varphi_1 = J\psi_2^{-1}\varphi_2\gamma, \quad \gamma\psi_1^{-1} = \psi_2^{-1}\gamma, \quad \gamma J\psi_1^{-1}c_1 = J\psi_2^{-1}\gamma c_2.$$

Глава II посвящена решению проблемы В.Д.Белоусова для некоторых классов линейных квазигрупп. Кроме того, в данной главе приводится описание класса линейных А-квазигрупп тождествами, найдена характеризация смешанных типов линейных квазигрупп известными тождествами (полусимметричности, дистрибутивности т.д.), исследованы нормальные формы обобщенных линейных квазигрупп.

Задача определения нормальных конгруэнций для различных классов квазигрупп поставлена В.Д.Белоусовым в его классической монографии "Основы теории квазигрупп и луп- М.: Наука, 1967". Формулировка задача следующая: к*аковы квазигруппы или лупы, в которых все конгруэнции являются нормальными* (проблема 20. 221 с). По настоящее время положительный ответ получены для некоторых классов квазигрупп, а именно: IP-квазигруппы, TS-квазигруппы, CH-квазигруппы, квазигруппа Штейнера, и т.д.

Напомним, что квазигруппа $(Q,\cdot)$ называется левой (правой) квазигруппой Бола, если в ней выполняется тождество

$$x \cdot (y \cdot (x \cdot t)) = R_{e_x}^{-1}(x \cdot (y \cdot x)) \cdot t,$$

$$((t \cdot x) \cdot y) \cdot x = t \cdot L_{f_x}^{-1}((x \cdot y) \cdot x),$$

для любых $x,y,t \in Q$, где $xe_x = x, f_x x = x, L_a x = ax, R_a x = xa, L_a^{-1}x = a\backslash x, R_a^{-1}x = x/a$, для всех $a,x \in Q$.

Теорема 2.1.1. *Пусть $(Q,\cdot)$ - линейная слева квазигруппа $x \cdot y = \varphi x + \beta y$ с условием $\varphi^2 = \varepsilon$. Тогда в $(Q,\cdot)$ выполняется правое тождество Бола, то есть $(Q,\cdot)$ является правой квазигруппой Бола.*

Теорема 2.1.2. *Пусть $(Q,\cdot)$ - линейная справа квазигруппа $x \cdot y =$ $= \alpha x + +\psi y$ с условием $\psi^2 = \varepsilon$. Тогда в $(Q,\cdot)$ выполняется левое тождество Бола, то есть $(Q,\cdot)$ является левой квазигруппой Бола.*

Теорема 2.1.3. *Пусть $(Q,\cdot)$ - линейная квазигруппа $x \cdot y = \varphi x + \psi y$, с условием $\varphi^2 = \psi^2 = \varepsilon$. Тогда в $(Q,\cdot)$ выполняются тождества Бола, то есть $(Q,\cdot)$ является квазигруппой Бола.*

Квазигруппа $(Q, \cdot)$ называется $BG-$квазигруппой, если $(Q, \cdot)$ линейная и в $(Q, \cdot)$ выполняется тождества Бола.

Следствие 2.1.1. *Всякая конгруэнция $BG-$квазигруппы является нормальной конгруэнцией.*

Данное утверждение верно также для случая смешанных типов квазигрупп I и II родов.

Теорема 2.1.4. *Пусть $(Q, \cdot)$ - квазигруппа смешанного типа линейности I рода: $x \cdot y = \varphi x + \bar{\psi} y$ с условием $\varphi^2 = \varepsilon$ (II рода $x \cdot y = \bar{\varphi} x + \psi y$ с условии $\psi^2 = \varepsilon$.) Тогда в $(Q, \cdot)$ выполняется правое (левое) тождество Бола, то есть $(Q, \cdot)$ является правой (левой) квазигруппой Бола.*

Следствие 2.1.2. *В квазигруппах смешанного типа линейности I, II рода с условием $\varphi^2 = \varepsilon$ или $\psi^2 = \varepsilon$ всякая конгруэнция являются нормальной.*

Полученные результаты являются решением задачи В.Д.Белоусова для вышеназванных классов квазигрупп.

Теорема 2.2.2. *Пусть $(Q, \cdot)$ - линейная слева (справа) квазигруппа:*

$$x \cdot y = \varphi x + c + \beta y \quad (x \cdot y = \alpha x + c + \psi y)$$

причем φ (ψ) имеет конечный порядок, тогда каждая конгруэнция на $(Q, \cdot)$ нормальна.

Замечание 2.1.1. Теоремы 2.2.2 является решением задачи В.Д. Белоусова для класса линейных слева (справа) квазигрупп.

Список опубликованных робот автора

А) В журналах, зарегистрированных в реестре ВАК РФ и ВАК при Президенте Республики Таджикистан:

1. Давлатбеков А.А. К теории эндоморфизмов полулинейных квазигрупп [Текст] /А.Х. Табаров, А.А. Давлатбеков, О.О. Комилов // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. 2015. Т. 58. №8. С. 660 – 664.

2. Давлатбеков А.А. Линейные А-квазигруппы [Текст] /А.Х. Табаров, А.А. Давлатбеков // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. 2017. Т. 60. №10. С. 475 – 481.

3. Давлатбеков А.А. Решение проблемы В.Д. Белоусова для класса BG-квазигрупп [Текст] /А.Х. Табаров, А.А. Давлатбеков, О.О. Комилов // Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук 2017. №1/5. С. 38-41.

4. Давлатбеков А.А. Решение проблемы В.Д.Белоусова для некоторых классов линейных квазигрупп [Текст] /А.Х. Табаров, А.А. Давлатбеков // Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук 2017. №1/5. С. 98-103.

5. Давлатбеков А.А. О квазигруппах смешанного типа линейности с дополнительными тождествами [Текст] /А.А. Давлатбеков // Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук 2018. №3. С. 97-101.

Б) В других изданиях:

6. Давлатбеков А.А. Линейные А-квазигруппы [Текст] /А.Х. Табаров, А.А. Давлатбеков // Международная научная конференция, "Дифференциальные уравнения, математический анализ, и теория чисел посвящённая 25-летию XVI сессии Верховного совета Республики Таджикистан, 27-28 октября 2017 года в г. Курган-Тюбе, С. 159-160.

7. Давлатбеков А.А. О проблеме В.Д.Белоусова [Текст] /А.Х. Табаров, А.А. Давлатбеков, О.О. Комилов // Материалы республиканской научно-теоретической конференции профессорско-преподавательского состава и сотрудников ТНУ, посвященной «20-ой годовщине Дня национального единства» и « Году молодёжи» Душанбе, 2017. С.576.

8. Давлатбеков А.А. Автотопии и антиавтотопии линейных слева (справа) квазигрупп [Текст] /А.А. Давлатбеков // Материалы международной научной конференции, посвящённой 90-летию академика АН Республики Таджикистан, лаурета государственной премии имени Абуали Ибн Сино, Михайлова Леонида Григорьевича, 27-28 февраля 2018 года в г. Душанбе. С. 42-43.

9. Давлатбеков А.А. Задача В.Д.Белоусова для класса одностаронных линейных квазигрупп [Текст] /А.А. Давлатбеков // Международная алгебраическая конференция посвящённая 110-летию со дня рождения профессора А.Г.Куроша, Москва, 2018. С. 80-81.

10. Давлатбеков А.А. Об изоморфизмах и автоморфизмах линейны слева (справа) квазигрупп [Текст] /А.Х. Табаров, А.А. Давлатбеков // Международная алгебраическая конференция посвящённая 110-летию со дня рождения профессора А.Г.Куроша, Москва, 2018. С. 187-188.

11. Давлатбеков А.А. Задача В.Д.Белоусова для класса смешанных линейных квазигрупп [Текст] /А.Х. Табаров, А.А. Давлатбеков, О.О. Комилов // Международная алгебраическая конференция посвящённая 90-летию со дня рождения профессора В.Д.Белоусова, Молдова, 2018. С. 124.

12. Давлатбеков А.А. О гомоморфизмах линейных слева (справа) квазигрупп [Текст] /А.Х. Табаров, А.А. Давлатбеков // Современные проблемы алгебры и теории чисел. Материалы республиканской научно-теоретической конференции, посвящённой 90-летию со дня рождения профессора Г.Б.Бабаева, Душанбе, 14-15 декабря 2018 г. С. 7-9.

13. Давлатбеков А.А. Некоторые гомоморфизмах линейных слева (справа) квазигрупп [Текст] /А.Х. Табаров, А.А. Давлатбеков, О.О. Комилов // Международная конференция "Мальцевские чтения"Новосибирск, 19-22 ноября 2018 г. С. 204.

14. Давлатбеков А.А. Критерия изоморфизма парастрофов линейных квазигрупп [Текст] /А.А. Давлатбеков // - XXVI международная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых. МГУ им. М.В.Ломоносова, Москва, 8-12 апреля 2019 г.

15. Давлатбеков А.А. Порядок элемента и обобщение идемпотентного элемента в квазигруппах [Текст] /А.Х. Табаров, А.А. Давлатбеков, О.О. Комилов // Международная конференция, посвящённой 90-летию кафедры высшей алгебры механико- математического факультета МГУ им. М.В.Ломоносова, Москва, 28-31 мая 2019 г. С. 57-58.

16. Давлатбеков А.А. Эндотопии и эндоморфизмы парастрофов линейных квазигрупп [Текст] /А.Х. Табаров, А.А. Давлатбеков, З. Имомов // Республиканская научно-практическая конференция на тему "Воспитание и подготовка учителей математики в высших педагогических заведений Таджикистана в современных условиях " посвящённая 80-летию доктора педагогических наук, профессора Ислома Гуломова, Куляб, 8-9 июня 2019 г. С. 5-6.

ДОНИШГОҲИ ДАВЛАТИИ КӮЛОБ БА НОМИ
АБӮАБДУЛЛОҲИ РӮДАКӢ

УДК 512.548

Бо ҳуқуқи дастхат

Давлатбеков Акимбек Авалбекович

АВТОМОРФИЗМҲО, ЭНДОМОРФИЗМҲО ВА КОНГРУЭНТСИЯҲОИ КВАЗИГУРӮҲҲОИ ХАТТИИ УМУМИКАРДАШУДА

01.01.06 – Мантиқи математикӣ, алгебра ва назарияи ададҳо

АВТОРЕФЕРАТ

диссертатсия барои дарёфти дараҷаи илмии
номзади илмҳои физика ва математика

Кӯлоб – 2019

Диссертатсия дар кафедраи математика ва методикаи таълими он дар Донишгоҳи давлатии Кӯлоб ба номи Абӯабдуллоҳи Рӯдакӣ таълиф шудааст.

Роҳбари илмӣ: **Табаров Абдулло Ҳабибуллоевич,**
узви вобастаи Академияи илмҳои
Ҷумҳурии Тоҷикистон, профессор,
доктори илмҳои физика ва математика,
ректори Донишгоҳи давлатии Кӯлоб
ба номи Абӯабдуллоҳи Рӯдакӣ

Муқарризони расмӣ: **Усманов Зафар Ҷураевич,**
академики Академияи илмҳои Ҷумҳурии
Тоҷикистон, профессор, доктори
илмҳои физика ва математика,
мудири шӯъбаи моделсозии математикии
Институти математикаи ба номи А.Ҷӯраев

Азамов Аслиддин Замонович,
номзади илмҳои физика ва математика,
мудири кафедраи алгебра ва назарияи
ададҳои Донишгоҳи миллии Тоҷикистон

Муассисаи тақриздиҳанда: Донишгоҳи давлатии омӯзгории
Тоҷикистон ба номи С.Айнӣ

Ҳимояи диссертатсия санаи 4-уми октябри соли 2019 соати 10:00 дар ҷаласаи Шӯрои диссертатсионии 6D. КОА-037 дар назди Институти математикаи ба номи А.Ҷӯраеви Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон аз рӯи нишонаи: 734063, ш. Душанбе, кӯчаи. Айни 299/4, баргузор мегардад.

Бо матни пурраи рисолаи илмӣ метавон дар китобхонаи марказию илмии Институти математикаи ба номи А.Ҷӯраеви Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон ва сомонаи http://www.mitas.tj шинос шудан мумкин аст.

Автореферат санаи “___” _______ соли 2019 аз рӯи феҳристи пешниҳод гардида, ирсол карда шудааст.

Котиби илмии Шӯрои диссертатсионии
6D. КОА-037, номзади илмҳои
физика ва математика **Каримов О.Х.**

Тавсифи умумии кор

Муҳиммияти мавзӯъ. Назарияи квазигурӯҳҳои хаттӣ дар назарияи умумии квазигурӯҳҳо яке аз ҷойҳои марказиро ишғол менамояд. Аввалин таҳқиқотҳо дар ин самт дар корҳои К.Тойода[1] ва Р. Брак [2] аз рӯйи таҳқиқотҳои квазигурӯҳҳои медиалӣ пайдо шудаанд. Квазигурӯҳи $(Q,\cdot)$ медиалӣ номида мешавад, агар дар он айнияти $xy \cdot uv = xu \cdot yv$ иҷро шавад. Олимон К. Тойода ва Р. Брак исбот намуданд, ки ҳаргуна квазигурӯҳи медиалии $(Q,\cdot)$ намуди зеринро дорад:

$$x \cdot y = \varphi x + c + \psi y, \qquad (1)$$

ки дар ин ҷо $(Q,+)$ - гурӯҳи абелӣ, φ ва ψ - автоморфизмҳои гурӯҳи $(Q,+)$, с - элементи бақайдгирифташудаи маҷмӯи Q мебошад, илова бар ин шарти зерин ҷой дорад $\varphi\psi = \psi\varphi$. Бо суханони дигар, дилхоҳ квазигурӯҳи медиалӣ аз гурӯҳи абелӣ бо воситаи конструктсияи (1) "сохта" мешавад.

Ифодаи (1) ҳангоми таҳқиқи синфи калони квазигурӯҳҳо мувофиқ омад, хусусан барои синфи $T-$квазигурӯҳҳо, $CH-$квазигурӯҳҳо, квазигурӯҳҳои дистрибутивӣ, $F-$квазигурӯҳҳо ва ҳатто квазигурӯҳҳои $n-$арӣ. Истилоҳи квазигурӯҳи хаттӣ аввалин маротиба аз тарафи В.Д.Белоусов[3], ҳангоми таҳқиқи айниятҳои баробарвазн дар квазигурӯҳҳо дохил гардидааст.

Квазигурӯҳи $(Q,\cdot)$ нисбат ба гурӯҳи $(Q,+)$ хаттӣ номида мешавад, агар $(Q,\cdot)$ намуди (1) - ро дошта бошад. Дар ҳолате, ки агар $(Q,+)$ - гурӯҳи абелӣ бошад, пас квазигурӯҳи $(Q,\cdot)$ намуди (1) *$T-$квазигурӯҳ* номида мешавад. Қайд кардан лозим аст, ки *$T-$квазигурӯҳҳо* аз тарафи алгебраистҳои чех Т.Кепка ва П.Немец [4,5] дохил карда шуда муфассал таҳқиқ карда шудаанд. Минбаъд дар оянда квазигурӯҳҳои хаттӣ ва якчанд умумияти онҳоро дигар алгебраистҳо омӯхтаанд.

Синфи квазигурӯҳҳои хаттӣ ва ғайрихаттӣ бисёршаклаpo ташкил медиҳанд, яъне ин синфҳоро ҳамчун айниятҳо ё системаи айниятҳо тавсиф додан мумкин аст. Ин далел аввалин маротиба аз тарафи Г.Б.Белявская ва А.Ҳ.Табаров [6] исбот карда шудааст. Минбаъд ба ин муаллифон муяссар гардид, исбот намоянд, ки квазигурӯҳҳои хаттии умумикардашуда, махсусан квазигурӯҳҳои хаттии тарафи чап (рост), квазигурӯҳҳои хаттии омехта ва ғайра низ бисёршаклаpo ташкил медиҳанд.

---

[1] К.Тойода. On axioms of linear functions // Proc. Imp. Acad.Tokyo, 1941, vol.17, P. 221-227.

[2] Р. Брака. A survey of binary systems // Berlin - New York, 1958.

[3] В.Д.Белоусов. Уравновешенные тождества в квазигруппах // Мат. сборник, 1966, 70(112): 1. С. 55-97.

[4] Т.Кепка и П.Немец. T-quasigroups I // IActa univ. Carolin. Math.Phis., 1971, vol.12, №. 1, P. 31-39.

[5] Т.Кепка и П.Немец. T-quasigroups II // IActa univ. Carolin. Math.Phis., 1971, vol.12, №. 1, P. 39-49.

[6] Г.Б.Белявской и А.Х.Табаров. Характеристика линейных и алинейных квазигрупп // Дискретная математика, РАН, 1992, том 4. вып.2, С. 142-147.

Сохтори мувофиқи квазигурӯҳҳои хаттиро ба назар гирифта, бештари алгебраистҳо квазигурӯҳҳоеро омӯхтанд, ки нисбат ба ягон лупаи муайян (яъне омӯхташуда) хаттӣ мебошанд, масалан, лупаҳои коммутативии Муфанг (мухтасар ЛКМ). Лупаи $(Q, +)$ лупаи Муфанг номида мешавад, агар дар он айнияти $x + (y + (x + z)) = ((x + y) + x) + z$ иҷро шавад. Бисёр синфҳои маълуми квазигурӯҳҳо ба синфи квазигурӯҳҳои хаттӣ дохил мешаванд. Масалан, квазигурӯҳҳои медиалӣ (*теоремаи Брак-Тойода*[5]), $T-$квазигурӯҳҳо[4,5], $CH-$квазигурӯҳҳо (*теоремаи Манин* [7]), квазигурӯҳҳои дистрибутивӣ (*теоремаи В.Д.Белоусов*[8]), квазигурӯҳҳои дистрибутивии Штейнер, квазигурӯҳҳои дистрибутивии тарафи чап (*теоремаи Белоусов-Оноя* [9]), F-квазигурӯҳҳо (*теоремаи Кепки-Киньон-Филлипс* [10]), квазигурӯҳҳои n-арии медиалӣ (*теоремаи Ивэнс* [11]) мисоли чунин квазигурӯҳҳо мебошанд.

Квазигурӯҳи $(Q, \cdot)$ дистрибутивӣ номида мешаванд, агар дар он айниятҳои $x \cdot yz = xy \cdot xz$ ва $xy \cdot z = xz \cdot yz$ иҷро шаванд.

В.Д.Белоусов дар соли 1958 исбот намуд, ки дилхоҳ квазигурӯҳи дистрибутивиро бо чунин тарз ҳосил кардан мумкин аст: $x \cdot y = \varphi x + \psi y$, ки дар ин ҷо $(Q, +)$ - ЛКМ, $\varphi, \psi \in Aut(Q, +)$ мебошанд.

Ю.И.Манин[7] гиперсатҳи кубиро таҳқиқ намуд. Ҳангоми ҳалли як масъалаи алгебравии геометрӣ, Ю.И.Манин $CH-$квазигурӯҳҳоро дохил намуд, яъне квазигурӯҳ бо айниятҳои $xy = yx$, $x(xy) = y$ бо чунин шарт, ки дилхоҳ се элементҳои он квазигурӯҳи медиалиро ташкил медиҳанд.

Ю.И.Манин исбот намуд, ки дилхоҳ $CH-$квазигурӯҳро бо чунин тарз ҳосил кардан мумкин аст: $x \cdot y = (-x - y) + d$, ки дар ин ҷо $d \in Z(Q, +)$ мебошад, яъне d аз маркази ЛКМ $(Q, +)$ мебошад. Ба хотир меорем, ки зермаҷмӯи Z аз ЛКМ $(Q, +)$ бо хосияти $Z = \{a \in Q \mid a + (x + y) = (a + x) + y, x, y \in Q\}$ маркази ЛКМ номида мешавад.

Мувофиқи теоремаи Ш.Стейн [12], дилхоҳ квазигурӯҳи дистрибутивии тарафи чапи $(Q, \cdot)$, бо гурӯҳи $(Q, +)$ изотопиро бо тарзи зерин ҳосил кардан мумкин аст: $x \cdot y = \varphi x + \psi y$, ки дар ин ҷо $\varphi \in Aut(Q, +)$, ψ гузориши маҷмӯи Q мебошад.

---

[7] Манин Ю.И. Кубические формы - М. Наука, 1972.

[8] Белоусов В.Д. О структуре дистрибутивных квазигрупп // - Мат. сборник, 1960, 50(92), 3, С. 267-298.

[9] Белоусов В.Д. О лупах, изотопных леводистрибутивным квазигруппам // - Мат. исслед., Кишинев, 1972, 3(25), С. 135-152.

[10] Kepka T., Kinyon M.K. and Phillips J.D. The structure of F-quasigroups // http://arxiv.org/abs/math/0510298(2005), P. 24.

[11] Evans T. Abstract mean values // Duke math. J. 1963, vol. 30, P. 331-347.

[12] Белоусов В.Д. Основы теории квазигрупп и луп - М.: Наука, 1967.- 222. С.

Ҳангоми таҳқиқи квазигурӯҳҳои хаттӣ масъалаҳои зерин дида баромада шудаанд: автоморфизмҳо, эндоморфизмҳо, автотопияҳо, эндотопияҳо, гомоморфизмҳо, изоморфизмҳо, конгруэнтсияҳо, айниятҳо ва ғайра.

Муҳиммияти рисолаи диссертатсионии мазкур дар он ифода мегардад, ки муаллиф намуди умумии автотопияҳо, эндотопияҳо, автоморфизмҳо, эндоморфизмҳои квазигурӯҳҳои хаттии умумикардашударо пайдо намудааст. Ғайр аз ин, проблемаи В.Д. Белоусов дар бораи муайян намудани конгруэнтсияҳои нормалӣ барои баъзе синфҳои квазигурӯҳҳои хаттии умумикардашуда ҳал шудааст.

Маълумоти пурра оид ба назарияи квазигурӯҳҳо ва рушди ояндаи он дар корҳои [13, 14, 15, 16, 17] оварда шудаанд.

Ҳамаи муҳокимарониҳои дар боло овардашударо, бо асосдиҳӣ ва муҳиммияти мавзӯи интихобгардидаи рисола овардан мумкин аст.

Муаллифи диссертатсияи мазкур бо роҳбари илмии худ, профессор А.Ҳ. Табаров, минатдории самимиро барои гузориши масъала, таваҷҷӯҳи ҳамешагӣ ва дастгирии ҳаматарафаашон изҳор менамояд.

Мақсади кор. Мақсади асосии диссертатсияро ҳалли масъалаҳои зерин дар бар гирифтааст:

- таҳқиқи гомоморфизмҳо, автоморфизмҳо, эндоморфизмҳои квазигурӯҳҳои хаттии умумикардашуда;
- масъалаи В.Д.Белоусов оид ба муайян намудани конгруентсияҳои нормалии баъзе квазигурӯҳҳои хаттӣ;
- тавсифи айниятҳои гуногуни квазигурӯҳҳои хаттии умумикардашуда ба воситаи айниятҳо.

Усулҳои таҳқиқот. Дар кор усулҳои таҳқиқоти алгебравӣ ва комбинаторӣ, усули профессор В.А.Щербаков барои таҳқиқи автоморфизмҳо, изоморфизмҳо ва гомоморфизмҳои квазигурӯҳҳо, усулҳои дар семинарҳои Институти математика зери роҳбарии академики АИ ҶТ Раҳмонов З.Ҳ истифода ва коркард шуда, инчунин усулҳои таҳқиқотии профессор А.Ҳ Табаров борои квазигурӯҳҳои хаттӣ истифода шудаанд.

---

[13] Белоусов В.Д. лементы теории квазигрупп. Учебное пособие по спецкурсу. Кишиневский государственный университет. Кишинев, 1981. - 95.С.

[14] Галкин В.М. Квазигруппы. Итоги науки и техники. Серия. Алгебра. Топология. Геометрия. - М.: ВИНИТИ, 1988, том 26, С. 3-44.

[15] Shcerbacov V.A. On linear and inverse quasigroups and their applications in code theory // Thesis a Doctor's Degree, Chisinau, 2006.-245.P.

[16] Bruck R.H. Contributions to the theory of loops// Trans. Amer. Math. Soc., 1946, vol.60, P. 245-354.

[17] Pflugfelder H.O. Quasigroups and loops// Introduction. Sigma Series in Pure Math., 8, Heldermann Verlag, Berlin, 1990.

Навигариҳои илмӣ. Дар рисола таҳқиқотҳо нав буда, натиҷаҳои зерин ҳосил карда шудаанд:

- сохти автотопияҳо, антиавтотопияҳо ва эндотопияҳои квазигрӯҳҳои хаттии умумикардашуда муайян карда шудаанд;
- намуди умумии эндоморфизмҳои (автоморфизмҳои) ихтиёрии квазигурӯҳҳои хаттии умумикардашуда ёфта шудааст;
- масъалаи В.Д.Белоусов дар бораи шарти муайян намудани конгруэнтсияҳои нормалӣ барои баъзе квазигурӯҳҳои хаттии умумикардашуда ҳал шудааст.

Арзишҳои назариявӣ ва амалӣ. Рисолаи илмӣ аҳамияти назариявӣ дорад. Натиҷа ва усулҳои таҳқиқотро дар шохаҳои гуногуни назарияи гурӯҳҳо, назарияи квазигурӯҳҳо ва алгебраҳои ғайриассотсиативӣ истифода бурдан мумкин аст.

Апробатсияи натиҷаҳои гирифташуда. Натиҷаҳои асосии диссертатсия дар чунин конфронсҳо ва семинарҳо таҳлил ва баррасӣ карда шудааст:

- маводи конференсияи байналмилалии «Муодилаҳои дифференсиалӣ, таҳлили математикӣ ва назарияи ададҳо», бахшида ба 25-солагии Иҷлосияи XVI Шӯрои Олии Ҷумҳурии Тоҷикистон, Курғонтеппа, 27-28 октябри 2017 с.
- маводи конференсияи ҷумҳуриявии илмӣ-назариявии ҳайати устодону кормандони Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, бахшида бо «20-солагии Рӯзи ваҳдати миллӣ» ва «Соли ҷавонон», Душанбе, 20-22 апрели 2017 с.
- маводҳои конференсияи илмӣ-байналмилалӣ, бахшида ба 90-солагии академики АИ Ҷумҳурии Тоҷикистон Михайлов Лионид Григоревич, Душанбе, 27-28 феврали 2018 с.
- конференсияи байналмилалии алгебравӣ, бохшида ба 90-солагии профессор В.Д.Белоусов, Молдова, 18-22 апрели 2018 с.
- конференсияи байналмилалии алгебравӣ, бахшида ба 90-солагии профессор А.Г.Курош, ДДМ ба номи М.В.Ломоносов, Москва, 22-25 майи 2018 с.
- конференсияи байналмилалии "Хониши Малтсев" Институти математикаи ба номи С.Л.Соболев АИ Россия, Новосибирск 19-22 ноябри 2018 с.
- маводи конференсияи ҷумҳуриявии илмӣ-назариявии «Проблемаҳои муосири алгебра ва назарияи ададҳо», бахшида ба 90-солагии профессор Г.Б.Бобоев, Душанбе, 14-15 декабри 2018 с.

- XXVI конференсияи байналмилалии донишҷуён, аспирантҳо ва олимони ҷавон ДДМ ба номи М.В.Ломоносов, Москва, 9-13 апрели 2019 с.
- конференсияи байналмилалии, бахшида ба 90-солагии таъсисёбии кафедраи алгебраи олии факултаи механика-математикаи ДДМ ба номи М.В.Ломоносов, Москва, 28-31 майи 2019 с.;
- маводи конфронси илмӣ-амалӣ ҷумҳуриявӣ дар мавзӯи "Тарбия ва тайёр намудани муаллимони математика дар мактабҳои олии омӯзгории Тоҷикистон дар шароити имрӯза " бахшида ба 80-солагии доктори илмҳои педагогӣ, профессор Ислом Гуломов, Кӯлоб, 8-9 июни 2019 с.
- семинари илмӣ дар Институти математикаи ба номи А.Ҷӯраеви АИ Ҷумҳурии Тоҷикистон бо роҳбарии академики АИ Ҷумҳурии Тоҷикистон Раҳмонов З.Ҳ., солҳои 2018-2019.
- семинари кафедраи математика ва методикаи таълими он дар Донишгоҳи давлатии Кӯлоб ба номи А.Рӯдакӣ солҳои 2013-2019.

Осорҳои нашршуда. Натиҷаҳои асосии диссертатсия аз 16 кор, 5 мақола ва 11 фишурдаи мақола иборат буда, номгӯи онҳо дар поёни диссертатсия оварда шудаанд. Дар корҳое, ки бо ҳаммуаллифии А.Ҳ.Табаров иҷро гардидаанд, гузориши масъала ва интихоби методикаи исботи натиҷаҳои гирифташуда ба муаллиф тааллуқ дорад.

Сохтор ва ҳаҷми кор. Диссертатсия аз муқаддима, ду боб, ки бо 12 параграф ҷудо шудааст, шарҳи мухтасари натиҷаҳо ва рӯйхати адабиёти истифодашуда иборат аст. Ҳамаи теоремаҳо, леммаҳо, тасдиқотҳо, натиҷаҳо, қайдҳо ва формулаҳо бо се рақам рақамгузорӣ шудааст, ки рақами якум боб ва рақами дуюм параграфро мефаҳмонад. Ҳаҷми умумии кор 115 саҳифа буда, рӯйхати адабиёти илмӣ фарогири 59 номгӯъ мебошанд.

Мазмуни мухтасари кори диссертатсионӣ

Рисолаи илмӣ аз муқаддима оғоз меёбад. Дар он муҳиммияти мавзӯи рисолаи илмӣ, мақсади кор, мубрамият ва мазмуни мухтасари натиҷаҳои ҳосилгардида оварда шудаанд.

Дар боби I "Автоморфизмҳо ва эндоморфизмҳои квазигурӯҳҳои хаттии умумикардашуда" мафҳумҳои асосӣ ва маълумотҳои зарурӣ оварда шудааст. Дар банди 1.2. хосиятҳои квазигурӯҳҳо ва аквазигурӯҳҳо таҳқиқ гардидаанд, махсусан: гурӯҳҳои тавлидшудаи гузоришҳои дохилии квазигурӯҳҳои хаттии умумикардашуда бо воситаи транслятсия ва автоморфизмҳои гурӯҳҳои мувофиқ пешниҳодгардида, инчунин шартҳое исбот карда шудаанд, ки зерквазигурӯҳҳои хаттии тарафи чап (рост) квазигурӯҳҳои хаттии тарафи чап (рост) мебошанд. Ҳамаи парастрофҳои синфҳои номбаргардидаи квазигурӯҳҳо ёфта шудаанд. Ғайр аз ин, изоморфизмҳо, автоморфизмҳо, гомоморфизмҳо ва эндоморфизмҳои квазигурӯҳҳои хаттии тарафи чап (раст) таҳқиқ карда шудаанд.

Теоремаи 1.3.2. *Дилхоҳ автотопияи квазигурӯҳи хаттии тарафи чап* $(Q, \cdot)$ $x \cdot y = \varphi x + c + \beta y$, *намуди зеринро дорад:*

$$P = (\tilde{L}_{\varphi a}\varphi\theta\varphi^{-1}, \tilde{L}_c\beta\tilde{R}_b\theta\beta^{-1}\tilde{L}_{-c}, \tilde{L}_a\tilde{R}_b\theta),$$

ки дар ин ҷо $\varphi, \theta \in Aut(Q, +)$, β *- гузориши маҷмӯи* Q, a, b, c *- элементҳои ба қайдгирифташудаи маҷмӯи* Q *мебошанд.*

Ба таври аналогӣ тасдиқот барои аквазигурӯҳҳои хаттии тарафи чап (рост) дуруст аст.

Натиҷаи 1.3.3. *Дилхоҳ автоморфизми* γ *квазигурӯҳи хаттии тарафи чап (рост) намуди* $x \cdot y = \varphi x + c + \beta y \quad (x \cdot y = \alpha x + c + \psi y)$ *- ро дар шакли зерин тасвир кардан мумкин аст:*

$$\gamma = \tilde{L}_{\varphi a}\varphi\theta\varphi^{-1} = \tilde{L}_c\beta\tilde{R}_b\theta\beta^{-1}\tilde{L}_{-c} = \tilde{L}_a\tilde{R}_b\theta$$

$$(\gamma = \alpha\tilde{L}_a\theta\alpha^{-1} = \tilde{L}_c\tilde{R}_{\psi b}\psi\theta\psi^{-1}\tilde{L}_{-c} = \tilde{L}_a\tilde{R}_b\theta).$$

Теоремаи 1.3.6. *Дилхоҳ антиавтотопияи квазигурӯҳи хаттии тарафи чап* $(Q, \cdot)$ $x \cdot y = \varphi x + c + \beta y$, *намуди зеринро доранд:*

$$P = (\varphi^{-1}\tilde{R}_{-c}\tilde{L}_a\bar{\theta}\beta, \beta^{-1}\tilde{R}_b\bar{\theta}\tilde{R}_c\varphi, \tilde{L}_a\tilde{R}_b\bar{\theta}),$$

ки дар ин ҷо $\varphi \in Aut(Q, +)$, $\bar{\theta}$ *- антиавтоморфизми гурӯҳи* $(Q, +)$, β *- гузориши маҷмӯи* Q, a, b, c *- элементҳои ба қайдгирифташудаи маҷмӯи* Q *мебошанд.*

Ба таври аналогӣ тасдиқотҳо барои синфҳои аквазигрӯҳҳои хаттии тарафи чап (рост) дуруст мебошанд.

Теоремаи 1.3.7. *Бигузор* $(Q, \cdot)$ *ва* $(Q, \circ)$*- квазигурӯҳҳои хаттии тарафи чап нисбат ба гурӯҳи* $(Q, +)$ *бошанд:* $x \cdot y = \varphi_1 x + c_1 + \beta_1 y$, $x \circ y = \varphi_2 x + c_2 + \beta_2 y$, *ва* $\gamma \in Aut(Q, +)$. *Он гоҳ автоморфизми* γ*-и гурӯҳи* $(Q, +)$ *изоморфизми квазигурӯҳҳои* $(Q, \cdot)$ *ва* $(Q, \circ)$ *мебошад фақат ва фақат дар он ҳолат, агар шартҳои зерин ҷой дошта бошанд.*

$$\gamma\ \varphi_1\gamma^{-1} = \varphi_2, \quad \gamma\beta_1\gamma^{-1} = \beta_2, \quad \gamma(c_1) = c_2.$$

Ин тасдиқот барои синфи аквазигрӯҳи хаттии тарафи рост низ дуруст аст.

Тасдиқоти 1.3.1. *Бигузор* $(Q, \cdot)$ *ва* $(Q, \circ)$ *- квазигурӯҳҳои хаттии тарафи рост нисбат ба гурӯҳи* $(Q, +)$ *бошад:* $x \cdot y = \alpha_1 x + c_1 + \psi_1 y$,

$x \circ y = \alpha_2 x + c_2 + \psi_2 y$, γ - *изоморфизми квазигурӯҳҳои* $(Q, \cdot)$ *ва* $(Q, \circ)$: $x \cdot y = \gamma^{-1}(\gamma x \circ \gamma y)$ *бошад. Он гоҳ изоморфизми* γ*-ро дар шакли зерин тасвир кардан мумкин аст:*

$$\gamma = \gamma^{-1}\alpha_2 \tilde{L}_a \theta \alpha_1^{-1} = \gamma^{-1}\tilde{L}_{c_2}\tilde{R}_{\psi_2 b}\psi_2\theta\psi_1^{-1}\tilde{L}_{-c_1} = \tilde{L}_a\tilde{R}_b\theta.$$

Теоремаи 1.4.1. *Бигузор* (Q, A) - *квазигурӯҳи хаттӣ бошад:* $A(x, y) = =\varphi x + c + \psi y$, (Q, A^{-1}) - *парастрофи он* $A^{-1}(x, y) = J\psi^{-1}\varphi x + J\psi^{-1}c + \psi^{-1}y$. *Он гоҳ дилхоҳ автотопияи квазигурӯҳи* (Q, A^{-1}) *намуди зеринро доранд:*

$$P = (J\psi^{-1}\varphi\tilde{L}_a\theta J\psi\varphi^{-1}, \tilde{L}_{J\psi^{-1}c}\psi^{-1}\theta\psi\tilde{L}^{-1}_{\psi^{-1}c}, \tilde{L}_a\tilde{R}_b\theta),$$

ки дар ин ҷо $\varphi, \psi, \theta \in Aut(Q, +)$, a, b, c - *элементҳои ба қайдгирифташудаи маҷмӯи* Q *мебошанд.*

Ба таври аналогӣ, агар $(Q,^{-1} A)$ - парастрофи квазигурӯҳи намуди ${}^{-1}A(x, y) = \varphi^{-1}x + J\varphi^{-1}c + J\varphi^{-1}\psi y$ бошад, пас дилхоҳ автотопияи квазигурӯҳи $(Q,^{-1} A)$ намуди зеринро доранд:

$$P = (\varphi^{-1}\tilde{L}_a\theta\varphi, \tilde{L}_{J\varphi^{-1}c}J\varphi^{-1}\psi\tilde{R}_b\theta J\varphi\psi^{-1}\tilde{L}_{J\varphi^{-1}c}, \tilde{L}_a\tilde{R}_b\theta),$$

ки дар ин ҷо $\tilde{L}_a x = a + x, \tilde{R}_b x = x + b$, транслятсияҳои тарафи чап ва рости гурӯҳи $(Q, +)$ мебошанд, $\varphi, \psi, \theta, \varphi^{-1}, \psi^{-1} \in Aut(Q, +)$, $a, b \in Q$.

Натиҷаи 1.4.1. *Дилхоҳ автоморфизми* γ*-и квазигурӯҳҳои* $A^{-1}(x, y) = = J\psi_1^{-1}\varphi_1 x + J\psi_1^{-1}c_1 + \psi_1^{-1}y \quad ({}^{-1}A(x, y) = \varphi^{-1}x + J\varphi^{-1}c + J\varphi^{-1}\psi y)$ - *ро дар шакли зерин тасвир кардан мумкин аст:*

$$\gamma = J\psi^{-1}\varphi\tilde{L}_a\theta J\psi\varphi^{-1} = \tilde{L}_{J\psi^{-1}c}\psi^{-1}\theta\psi\tilde{L}^{-1}_{\psi^{-1}c} = \tilde{L}_a\tilde{R}_b\theta$$

$$(\gamma = \varphi^{-1}\tilde{L}_a\theta\varphi = \tilde{L}_{J\varphi^{-1}c}J\varphi^{-1}\psi R_b\theta J\varphi\psi^{-1}\tilde{L}_{J\varphi^{-1}c} = \tilde{L}_a\tilde{R}_b\theta).$$

Натиҷаи 1.4.4. Дилхоҳ антиавтотопияи аквазигурӯҳҳои хаттии $A^{-1}(x, y) = J\bar{\psi}^{-1}\bar{\varphi}y + J\bar{\psi}^{-1}c + \bar{\psi}^{-1}y \quad ({}^{-1}A(x, y) = \bar{\varphi}^{-1}x + J\bar{\varphi}^{-1}c + J\bar{\varphi}^{-1}\bar{\psi}y)$ намуди зеринро доранд:

$$P = (J\tilde{L}_{\bar{\psi}\bar{\varphi}^{-1}a}\bar{\psi}\bar{\varphi}^{-1}\theta\bar{\psi}\tilde{L}^{-1}_{\bar{\psi}^{-1}c}, \bar{\psi}\tilde{L}_{J\bar{\psi}^{-1}c}\tilde{R}_b\bar{\psi}^{-1}\bar{\varphi}, \tilde{L}_a\tilde{R}_b\theta)$$

$$(P = (\bar{\varphi}\tilde{L}_a\theta\tilde{L}_{J\bar{\varphi}^{-1}c}J\bar{\varphi}^{-1}\bar{\psi}, J\bar{\varphi}\bar{\psi}^{-1}\tilde{L}^{-1}_{J\bar{\varphi}^{-1}c}R_b\theta\bar{\varphi}^{-1}, \tilde{L}_a\tilde{R}_b\theta)),$$

ки дар ин ҷо $\bar{\varphi}, \bar{\psi}, \bar{\theta}$ - антиавтоморфизмҳои гурӯҳи $(Q, +)$, a, b, c - a, b, c - элементҳои ба қайдгирифташудаи маҷмӯи Q мебошанд.

Теоремаи 1.5.1. *Бигузор* $(Q, \cdot)$ - *квазигурӯҳи тарафи чап (рост) намуди зерин* $x \cdot y = \alpha x + \psi y \quad (x \cdot y = \varphi x + \beta y)$ *бошанд. Дилхоҳ эндотопияи квазигурӯҳи* $(Q, \cdot)$ *намуди зеринро доранд:*

$$P = (\alpha\tilde{L}_a\sigma\alpha^{-1}, \tilde{R}_{\psi b}\psi\sigma\psi^{-1}, \tilde{L}_a\tilde{R}_b\sigma)$$

$$(P = (\tilde{L}_{\varphi a}\varphi\sigma\varphi^{-1}, \beta\tilde{R}_b\sigma\beta^{-1}, \tilde{L}_a\tilde{R}_b\sigma)),$$

ки дар ин ҷо $\tilde{L}_a x = a + x, \tilde{R}_b x = x + b$, *транслятсияҳои тарафи чап ва рости гурӯҳи* $(Q, +)$, $\alpha^{-1}, \beta^{-1}(\varphi^{-1}, \psi^{-1})$ *- гузоришҳои баръаксӣ (автоморфизм) барои* $\alpha, \beta(\varphi, \psi)$ мебошанд.

Натиҷаи 1.5.1. *Дилхоҳ эндоморфизми квазигурӯҳи хаттии тарафи чап (рост) намуди* $x \cdot y = \varphi x + \beta y \quad (x \cdot y = \alpha x + \psi y)$ *- ро дар шакли зерин тасвир кардан мумкин аст:*

$$E = \tilde{L}_{\varphi a}\varphi\sigma\varphi^{-1} = \beta\tilde{R}_b\sigma\beta^{-1} = \tilde{L}_a\tilde{R}_b\sigma$$

$$(E_1 = \alpha\tilde{L}_a\sigma\alpha^{-1} = \tilde{R}_{\psi b}\psi\sigma\psi^{-1} = \tilde{L}_a\tilde{R}_b\sigma).$$

Теоремаи 1.5.2. *Бигузор* $(Q, \cdot)$ *- аквазигурӯҳи хаттии тарафи чап (рост) намуди* $x \cdot y = \bar{\varphi}x + \beta y \quad (x \cdot y = \alpha x + \bar{\psi}y)$ *бошанд. Дилхоҳ эндотопияи квазигурӯҳи* $(Q, \cdot)$ *намуди зеринро дорад:*

$$\bar{P} = (\bar{\varphi}^{-1}\tilde{L}_a\sigma\bar{\varphi}, \beta\tilde{R}_b\sigma\beta^{-1}, \tilde{L}_a\tilde{R}_b\sigma)$$

$$(\bar{P} = (\alpha\tilde{L}_a\sigma\alpha^{-1}, \bar{\psi}^{-1}\tilde{R}_b\sigma\bar{\psi}, \tilde{L}_a\tilde{R}_b\sigma)).$$

Теоремаи 1.5.3. *Бигузор* $(Q, \cdot)$ *ва* $(Q, \circ)$ *- квазигурӯҳҳои хаттии тарафи рости намуди* $x \cdot y = \alpha_1 x + \psi_1 y$ *ва* $x \circ y = \alpha_2 x + \psi_2 y$ *бошанд. Гузоришҳои* α_1, α_2 *шартан чунин бошанд* $\alpha_1 0 = 0$, $\alpha_2 0 = 0$, *ки дар ин ҷо* 0 *- элементи сифрии гурӯҳи* $(Q, +)$ *мебошад,* γ *- эндоморфизми ихтиёрии гурӯҳи* $(Q, +)$ *бошад. Он гоҳ* γ *гомоморфизми квазигурӯҳи* $(Q, \cdot)$ *дар* $(Q, \circ)$ *мебошад фақат ва фақат дар он ҳолат, агар шартҳои зерин иҷро гарданд:*

$$\gamma\alpha_1 = \alpha_2\gamma, \quad \gamma\psi_1 = \psi_2\gamma.$$

Ин тасдиқот барои синфи квазигрӯҳи хаттии тарафи чап низ дуруст аст.

Тасдиқоти 1.5.1. *Бигузор* $(Q, \cdot)$ *ва* $(Q, \circ)$ *- квазигурӯҳҳои хаттии тарафи чап нисбат ба гурӯҳи* $(Q, +)$ *бошанд:* $x \cdot y = \varphi_1 x + c_1 + \beta_1 y$ *ва* $x \circ y = \varphi_2 x + c_2 + \beta_2 y$, γ *- гомоморфизми квазигурӯҳи* $(Q, \cdot)$ *дар* $(Q, \circ)$: $\gamma(x \cdot y) = \gamma x \circ \gamma y$ *бошад. Он гоҳ гомоморфизми* γ*-ро дар шакли зерин тасвир кардан мумкин аст:*

$$\gamma = \tilde{R}_{c_2}\tilde{L}_{\varphi_2 a}\varphi_2\theta\varphi_1^{-1}\tilde{R}_{-c_1} = \beta_2\tilde{R}_b\theta\beta_1^{-1} = \tilde{L}_a\tilde{R}_b\theta.$$

Ба таври аналогӣ, агар $(Q, \cdot)$ *ва* $(Q, \circ)$ *- квазигурӯҳҳои хаттии тарафи рост нисбат ба гурӯҳи* $(Q, +)$ *бошанд:* $x \cdot y = \alpha_1 x + c_1 + \psi_1 y$, $x \circ y = \alpha_2 x + c_2 + \psi_2 y$, γ *- гомоморфизми квазигурӯҳи* $(Q, \cdot)$ *дар* $(Q, \circ)$: $\gamma(x \cdot y) =$

$= (\gamma x \circ \gamma y)$ бошад. Он гоҳ гомоморфизми γ-ро дар шакли зерин тасвир кардан мумкин аст:

$$\gamma = \tilde{R}_{c_2}\alpha_2\tilde{L}_a\theta\alpha_1^{-1}\tilde{R}_{-c_1} = \tilde{R}_{\psi_2 b}\psi_2\theta\psi_1^{-1} = \tilde{L}_a\tilde{R}_b\theta.$$

Тасдиқоти 1.5.5. *Бигузор $(Q,\cdot)$ ва $(Q,\circ)$ - аквазигурӯҳҳои хаттии тарафи чап нисбат ба гурӯҳи $(Q,+)$ бошанд: $x\cdot y = \bar{\varphi}_1 x + c_1 + \beta_1 y$ ва $x \circ y = \bar{\varphi}_2 x + c_2 + \beta_2 y$, γ - гомоморфизми квазигурӯҳи $(Q,\cdot)$ дар $(Q,\circ)$: $\gamma(x\cdot y) = \gamma x \circ \gamma y$ бошад. Он гоҳ гомоморфизми γ-ро дар шакли зерин тасвир кардан мумкин аст:*

$$\gamma = \tilde{L}_{\bar{\varphi}_2 a}\bar{\varphi}_2\theta\bar{\varphi}_1^{-1} = \tilde{L}_{c_2}\beta_2\tilde{R}_b\theta\beta_1^{-1}\tilde{L}_{-c_1} = \tilde{L}_a\tilde{R}_b\theta.$$

Теоремаи 1.6.1. *Бигузор (Q,A) - квазигурӯҳи хаттӣ: $A(x,y) = = \varphi x + c + \psi y$, (Q,A^{-1}) - парастрофи он $A^{-1}(x,y) = J\psi^{-1}\varphi x + J\psi^{-1}c + \psi^{-1}y$ бошад. Дилхоҳ эндотопияи квазигурӯҳи (Q,A^{-1}) намуди зеринро доранд:*

$$P = (J\psi^{-1}\varphi\tilde{L}_a\sigma J\psi\varphi^{-1}, \tilde{L}_{J\psi^{-1}c}\psi^{-1}\sigma\psi\tilde{L}^{-1}_{\psi^{-1}c}, \tilde{L}_a\tilde{R}_b\sigma),$$

ки дар ин ҷо $\tilde{L}_a x = a + x, \tilde{R}_b x = x + b$, транслятсияҳои тарафи чап ва рости гурӯҳи $(Q,+)$ мебошанд, $\alpha^{-1}(\psi^{-1})$ - гузориши барғаксӣ (автоморфизми бараксӣ) барои $\alpha(\psi)$ мебошанд.

Натиҷаи 1.6.1. *Дилхоҳ эндоморфизми γ квазигурӯҳи хаттии намуди $A^{-1}(x,y) = J\psi_1^{-1}\varphi_1 x + J\psi_1^{-1}c_1 + \psi_1^{-1}y \quad ({}^{-1}A(x,y) = \varphi^{-1}x + J\varphi^{-1}c + J\varphi^{-1}\psi y)$ - ро дар шакли зерин тасвир кардан мумкин аст:*

$$\gamma = J\psi^{-1}\varphi\tilde{L}_a\sigma J\psi\varphi^{-1} = \tilde{L}_{J\psi^{-1}c}\psi^{-1}\sigma\psi\tilde{L}^{-1}_{\psi^{-1}c} = \tilde{L}_a\tilde{R}_b\sigma$$

$$(\gamma = \varphi^{-1}\tilde{L}_a\sigma\varphi = \tilde{L}_{J\varphi^{-1}c}J\varphi^{-1}\psi R_b\sigma J\varphi\psi^{-1}\tilde{L}_{J\varphi^{-1}c} = \tilde{L}_a\tilde{R}_b\sigma).$$

Теоремаи 1.6.2. *Бигузор (Q,A^{-1}) ва (Q,B^{-1}) парастрофҳои квазигурӯҳҳои хаттии (Q, A) бошанд: $A(x,y) = \varphi x + c + \psi y$, $\gamma \in End(Q,+)$, ки дар ин ҷо $A^{-1}(x,y) = J\psi_1^{-1}\varphi_1 x + J\psi_1^{-1}c_1 + \psi_1^{-1}y, \quad B^{-1}(x,y) = J\psi_2^{-1}\varphi_2 x + J\psi_2^{-1}c_2 + \psi_2^{-1}y$. мебошад. Он гоҳ эндоморфизми γ- гурӯҳи $(Q,+)$ гомоморфизмоми квазигурӯҳи (Q,A^{-1}) дар квазигурӯҳи (Q,B^{-1}) фақт ва фақт дар он ҳолат мешавад, агар шартҳои зерин иҷро шаванд:*

$$\gamma J\psi_1^{-1}\varphi_1 = J\psi_2^{-1}\varphi_2\gamma, \quad \gamma\psi_1^{-1} = \psi_2^{-1}\gamma, \quad \gamma J\psi_1^{-1}c_1 = J\psi_2^{-1}\gamma c_2.$$

.

Боби II ба ҳалли масъалаҳои В.Д.Белоусов барои баъзе синфҳои квазигурӯҳҳои хаттӣ бахшида шудааст. Ғайр аз ин, дар боби додашуда тавсифи айниятҳои синфи А-квазигурӯҳҳои хаттӣ оварда шудааст, тавсифи айниятии намудҳои синфҳои омехтаи квазигурӯҳҳои хаттӣ бо айниятҳои (нимсимметрӣ, дистрибутивӣ ва ғайра) ёфта шудаанд, инчунин шаклҳои нормалии квазигурӯҳҳои хаттии умумикардашуда таҳқиқ гардидаанд.

Масъалаи муайянкунии конгруэнтсияҳои нормалиро барои синфҳои гуногуни квазигурӯҳҳо В.Д.Белоусов дар монографияи классикии худ "Основы теории квазигрупп и луп- М.: Наука, 1967" гузошта аст. Гузориши масъала чунин аст: *барои кадом квазигурӯҳҳо ва лупаҳо ҳамаи конгруэнтсияҳо нормалӣ мебошанд?* (проблемаи 20, с.221). То ҳол ҷавоби мусбат барои якчанд синфҳои квазигурӯҳҳо, махсусан: IP-квазигурӯҳҳо, TS-квазигурӯҳҳо, CH-квазигурӯҳҳо, квазигурӯҳи Штейнер ва ғайра ҳал шудааст.

Квазигурӯҳи $(Q,\cdot)$ квазигурӯҳи тарафи чап (рости) Бол номида мешаванд, агар дар он айниятҳои зерин иҷро шаванд.

$$x\cdot(y\cdot(x\cdot t))=R_{e_x}^{-1}(x\cdot(y\cdot x))\cdot t,$$

$$((t\cdot x)\cdot y)\cdot x=t\cdot L_{f_x}^{-1}((x\cdot y)\cdot x),$$

барои дилхоҳ $x,y,t\in Q$, ки дар ин ҷо $xe_x=x, f_xx=x, L_ax=ax, R_ax=xa, L_a^{-1}x=a\backslash x, R_a^{-1}x=x/a$, барои ҳамаи $a,x\in Q$.

Теоремаи 2.1.1. *Бигузор* $(Q,\cdot)$ *- квазигурӯҳи хаттии тарафи чап* $x\cdot y=\varphi x+\beta y$ *бо шарти* $\varphi^2=\varepsilon$ *бошад. Он гоҳ дар* $(Q,\cdot)$ *айнияти тарафи рости Бол иҷро мегардад, яъне* $(Q,\cdot)$ *квазигурӯҳи тарафи рости Бол мебошад.*

Теоремаи 2.1.2. *Бигузор* $(Q,\cdot)$ *- квазигурӯҳи хаттии тарафи рост* $x\cdot y= =\alpha x+\psi y$ *бо шарти* $\psi^2=\varepsilon$ *бошад. Он гоҳ дар* $(Q,\cdot)$ *айнияти тарафи чапи Бол иҷро мегардад, яъне* $(Q,\cdot)$ *квазигурӯҳи тарафи чапи Бол мебошад.*

Теоремаи 2.1.3. *Бигузор* $(Q,\cdot)$ *- квазигурӯҳи хаттӣ* $x\cdot y=\varphi x+\psi y$*, бо шарти* $\varphi^2=\psi^2=\varepsilon$ *бошад. Он гоҳ дар* $(Q,\cdot)$ *айнияти Бол иҷро мегардад, яъне* $(Q,\cdot)$ *квазигурӯҳи Бол мебошад.*

Квазигурӯҳи $(Q,\cdot)$ $BG-$квазигурӯҳ номида мешавад, агар $(Q,\cdot)$ хаттӣ ва дар $(Q,\cdot)$ айнияти Бол иҷро шавад.

Натиҷаи 2.1.1. *Ҳамаи конгруэнтсияҳои* $BG-$*квазигурӯҳҳо конгруэнтсияи нормалӣ мебошанд.*

Тасдиқотҳо бо монанди ҳамин барои синфи квазигрӯҳҳои омехтаи хаттии намуди I ва II дуруст аст.

Теорема 2.1.4. *Бигузор* $(Q,\cdot)$ *- квазигурӯҳҳои хаттии омехтаи намуди I:* $x\cdot y=\varphi x+\bar{\psi}y$ *бо шарти* $\varphi^2=\varepsilon$ *(намуди II* $x\cdot y=\bar{\varphi}x+\psi y$ *бо шарти* $\psi^2=\varepsilon$*) бошад. Он гоҳ дар* $(Q,\cdot)$ *айнияти тарафи чапи (рости) Бол иҷро мешавад.*

Натиҷаи 2.1.2. *Дар квазигурӯҳҳои хаттии омехтаи намуди I, II бо шарти* $\varphi^2 = \varepsilon$ *ёки* $\psi^2 = \varepsilon$*, ҳамаи конгруэнтсияҳо нормалӣ мебошанд.*

Натиҷаҳои бадастоварда ҳалли масъалаи В.Д.Белоусов барои синфҳои квазигурӯҳҳои хаттии дар боло оварда мебошад.

Теорема 2.2.2. *Агар дар* $(Q, \cdot)$ *- квазигурӯҳҳои хаттии тарафи чап (рост):*

$$x \cdot y = \varphi x + c + \beta y \quad (x \cdot y = \alpha x + c + \psi y)$$

φ (ψ) *тартиби охирнок дошта бошанд, пас ҳамаи конгруэнтсияҳо дар* $(Q, \cdot)$ *нормалӣ мебошанд.*

Қайди 2.1.1. Теоремаи 2.2.2 ҳалли масъалаи В.Д. Белоусов барои синфҳои квазигурӯҳҳои хаттии тарафи чап (рост) мебошад.

Рӯйхати корҳои интишоршудаи муаллиф

А) Дар маҷаллаҳое, ки дар феҳристи КОА-и Федератсияи Россия ва КОА-и назди Президенти Ҷумҳурии Тоҷикистон аз қайд гузаштааст:

1. Давлатбеков А.А. К теории эндоморфизмов полулинейных квазигрупп [Текст] /А.Х. Табаров, А.А. Давлатбеков, О.О. Комилов // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. 2015. Т. 58. №8. С. 660 – 664.

2. Давлатбеков А.А. Линейные А-квазигруппы [Текст] /А.Х. Табаров, А.А. Давлатбеков // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. 2017. Т. 60. №10. С. 475 – 481.

3. Давлатбеков А.А. Решение проблемы В.Д. Белоусова для класса BG-квазигрупп [Текст] /А.Х. Табаров, А.А. Давлатбеков, О.О. Комилов // Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук 2017. №1/5. С. 38-41.

4. Давлатбеков А.А. Решение проблемы В.Д.Белоусова для некоторых классов линейных квазигрупп [Текст] /А.Х. Табаров, А.А. Давлатбеков // Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук 2017. №1/5. С. 98-103.

5. Давлатбеков А.А. О квазигруппах смешанного типа линейности с дополнительными тождествами [Текст] /А.А. Давлатбеков // Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук 2018. №3. С. 97-101.

Б) Дар дигар нашрияҳо:

6. Давлатбеков А.А. Линейные А-квазигруппы [Текст] /А.Х. Табаров, А.А. Давлатбеков // Международная научная конференция, "Дифференциальные уравнения, математический анализ, и теория чисел посвящённая 25-летию XVI сессии Верховного совета Республики Таджикистан, 27-28 октября 2017 года в г. Курган-Тюбе, С. 159-160.
7. Давлатбеков А.А. О проблеме В.Д.Белоусова [Текст] /А.Х. Табаров, А.А. Давлатбеков, О.О. Комилов // Материалы республиканской научно-теоретической конференции профессорско-преподавательского состава и сотрудников ТНУ, посвященной «20-ой годовщине Дня национального единства» и « Году молодёжи» Душанбе, 2017. С.576.
8. Давлатбеков А.А. Автотопии и антиавтотопии линейных слева (справа) квазигрупп [Текст] /А.А. Давлатбеков // Материалы международной научной конференции, посвящённой 90-летию академика АН Республики Таджикистан, лаурета государственной премии имени Абуали Ибн Сино, Михайлова Леонида Григорьевича, 27-28 февраля 2018 года в г. Душанбе. С. 42-43.
9. Давлатбеков А.А. Задача В.Д.Белоусова для класса одностаронных линейных квазигрупп [Текст] /А.А. Давлатбеков // Международная алгебраическая конференция посвящённая 110-летию со дня рождения профессора А.Г.Куроша, Москва, 2018. С. 80-81.
10. Давлатбеков А.А. Об изоморфизмах и автоморфизмах линейны слева (справа) квазигрупп [Текст] /А.Х. Табаров, А.А. Давлатбеков // Международная алгебраическая конференция посвящённая 110-летию со дня рождения профессора А.Г.Куроша, Москва, 2018. С. 187-188.
11. Давлатбеков А.А. Задача В.Д.Белоусова для класса смешанных линейных квазигрупп [Текст] /А.Х. Табаров, А.А. Давлатбеков, О.О. Комилов // Международная алгебраическая конференция посвящённая 90-летию со дня рождения профессора В.Д.Белоусова, Молдова, 2018. С. 124.
12. Давлатбеков А.А. О гомоморфизмах линейных слева (справа) квазигрупп [Текст] /А.Х. Табаров, А.А. Давлатбеков // Современные

проблемы алгебры и теории чисел. Материалы республиканской научно-теоретической конференции, посвящённой 90-летию со дня рождения профессора Г.Б.Бабаева, Душанбе, 14-15 декабря 2018 г. С. 7-9.

13. Давлатбеков А.А. Некоторые гомоморфизмах линейных слева (справа) квазигрупп [Текст] /А.Х. Табаров, А.А. Давлатбеков, О.О. Комилов // Международная конференция "Мальцевские чтения"Новосибирск, 19-22 ноября 2018 г. С. 204.

14. Давлатбеков А.А. Критерия изоморфизма парастрофов линейных квазигрупп [Текст] /А.А. Давлатбеков // - XXVI международная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых. МГУ им. М.В.Ломоносова, Москва, 8-12 апреля 2019 г.

15. Давлатбеков А.А. Порядок элемента и обобщение идемпотентного элемента в квазигруппах [Текст] /А.Х. Табаров, А.А. Давлатбеков, О.О. Комилов // Международная конференция, посвящённой 90-летию кафедры высшей алгебры механико- математического факультета МГУ им. М.В.Ломоносова, Москва, 28-31 мая 2019 г. С. 57-58.

16. Давлатбеков А.А. Эндотопии и эндоморфизмы парастрофов линейных квазигрупп [Текст] /А.Х. Табаров, А.А. Давлатбеков, З. Имомов // Республиканская научно-практическая конференция на тему "Воспитание и подготовка учителей математики в высших педагогических заведений Таджикистана в современных условиях " посвящённая 80-летию доктора педагогических наук, профессора Ислома Гуломова, Куляб, 8-9 июня 2019 г. С. 5-6.

ШАРҲИ МУХТАСАР

ба диссертатсияи Давлатбеков Акимбек Авалбекович дар мавзӯи «Автоморфизмҳо, эндоморфизмҳо ва конгруэнтсияҳои квазигурӯҳҳои хаттии умумикардашуда» барои дарёфти дараҷаи илмии номзади илмҳои физика ва математика аз рӯи ихтисоси 01.01.06 - Мантиқи математикӣ, алгебра ва назарияи ададҳо

Вожаҳои калидӣ: квазигурӯҳҳои хаттии тарафи чап (рост), аквазигурӯҳи хаттӣ, аквазигурӯҳҳои хаттии тарафи чап (рост), конгруэнтсия, конгруэнтсияҳои нормалӣ, Л-шакли квазигурӯҳ, шакли нормалӣ.

Мақсади кор. Мақсади кор ин таҳқиқи гомоморфизмҳо, автоморфизмҳо, эндоморфизмҳои квазигурӯҳҳои хаттии умумикардашуда, ҳалли масъалаи В.Д.Белоусов оиди конгруэнтсияҳои нормалии баъзе квазигурӯҳҳои хаттӣ, тавсифи айниятҳои гуногуни квазигурӯҳҳои хаттии умумикардашуда мебошанд.

Усулҳои таҳқиқот. Дар кор усулҳои таҳқиқоти алгебравӣ ва комбинаторӣ, усули профессор В.А.Щербаков барои таҳқиқи автоморфизмҳо, изоморфизмҳо ва гомоморфизмҳои квазигурӯҳҳо истифода шудааст, усулҳои дар семинарҳои Институти математика зери роҳбарии академики АИ ҶТ Раҳмонов З.Ҳ коркард шуда, инчунин усулҳои таҳқиқотии профессор А.Ҳ Табаров барои квазигурӯҳҳои хаттӣ истифода шудаанд.

Навигариҳои илмӣ. Дар рисола таҳқиқотҳо нав буда, натиҷаҳои зерин ҳосил карда шудаанд:

- сохти автотопияҳо, антиавтотопияҳо ва эндотопияҳои квазигрӯҳҳои хаттии умумикардашуда муайян карда шудаанд;
- намуди умумии эндоморфизмҳои (автоморфизмҳои) ихтиёрии квазигурӯҳҳои хаттии умумикардашуда ёфта шудааст;
- масъалаи В.Д.Белоусов дар бораи шарти муайян намудани конгруэнтсияҳои нормалӣ барои баъзе квазигурӯҳҳои хаттии умумикардашуда ҳал шудааст.

Арзишҳои назариявӣ ва амалӣ. Кори илмӣ аҳамияти назариявӣ дорад. Натиҷа ва усулҳои таҳқиқотро дар шохаҳои гуногуни назарияи гурӯҳҳо, назарияи квазигурӯҳҳо ва алгебраҳои ғайриассотсиативӣ истифода бурдан мумкин аст.

РЕЗЮМЕ

диссертации Давлатбекова Акимбека Авалбековича на тему «Автоморфизмы, эндоморфизмы и конгруэнции обобщенных линейных квазигрупп», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 — Математическая логика, алгебра и теории чисел

Ключевые слова: линейная слева (справа) квазигруппа, алинейная квазигруппа, алинейная слева (справа) квазигруппа, конгруэнция, нормалная конгруэнция, эндотопия, автотопия, антиавтотопия, Л-форма квазигруппы, нормальная форма.

Объект исследования. Целью работы является исследование гомоморфизмов, автоморфизмов, эндоморфизмов обобщенных линейных квазигрупп, решение задачи В.Д.Белоусова о нормальности конгруэнции некоторых классов линейных квазигрупп, характеризация обобщенных линейных квазигрупп различными тождествами.

Методы исследования. В работе применялись алгебраические и комбинаторные методы исследования, методы профессора В.А.Щербакова по исследованию автоморфизмов, изоморфизмов и гомоморфизмов квазигрупп, методы, разработанные на семинарах института математики под руководством академика АН РТ З.Х.Рахмонова, а также разработанные профессором А.Х.Табаровым методы исследования линейных квазигрупп.

Научная новизна. Все включенные в диссертационную работу результаты являются новыми. В диссертации получены следующие результаты:

- описано строение автотопий, антиавтотопий и эндотопий обобщенных линейных квазигрупп;
- найдено представление произвольного эндоморфизма (автоморфизма) обобщенных линейных квазигрупп;
- решена задача В.Д.Белоусова об условиях нормальности конгруэнций некоторых подклассов обобщенных линейных квазигрупп;

Теоретическая и практическая ценность. Работа носит теоретический характер. Полученные в ней результаты могут быть использованы в различных разделах общей теории групп, теории квазигрупп и неассоциативных алгебраических систем.

SUMMARY

of the dissertation of Davlatbekov Akimbek Avalbekovich on the theme "Automorphisms, endomorphisms and congruences of generalized linear quasigroups "for sobtaining the degree of candidate of physical and mathematical sciences,specialty н

01.01.06 – Mathematical logic, algebra and numbers theory

Keywords: the linear of the left (right) quasigroup, alinear of quasigroup, the alinear of the left (right) quasigroup, congruence, the normal of congruence, endotopy, autotopy, antiautotopia, L-form quasigroup, normal form.

The object of the researching: The aim of the paper is to study of the homomorphisms, automorphisms, endomorphisms of the generalized linear quasigroups, solving the problem of V.D.Belousov on the normality of a congruence of certain classes of the linear quasigroups and characterization of the generalized linear of the quasigroups by various identities.

The Method of the researching: In the scientific work is used algebraic and combinatorial researching methods, methods of professor V.A. Scherbakov researching for automorphisms, isomorphisms and homomorphisms of quasigroups, methods and developed at the seminars of the Institute of Mathematics under the leadership of Academician of the Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan Z.Kh.Rakhmonov and also have used researching work methods of linear quasigroups developed by professor A.Kh.Tabarov.

The Scientific novelty: All the results included in the dissertation are new. In the dissertation the following results were obtained in the thesis:

- The structure of autotopies, anti-autotopies and endotopies of generalized linear quasigroups is described;
- The representation of an arbitrary endomorphism (automorphism) of generalized linear quasigroups is found;
- The V.D. Belousov problem on the normality conditions for congruences of some subclasses of generalized linear quasigroups was solved;

Theoretical and practical value: The work is described on theoretical character. The results can be used in various sections of the general theory of groups, obtained the theory of quasigroups, and nonassociative algebraic systems in it.