

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу Давлатбекова Акимбека Авалбековича «Автоморфизмы, эндоморфизмы и конгруэнции обобщенных линейных квазигрупп», представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 — Математическая логика, алгебра и теории чисел

В 20-30-е годы прошлого столетия стали интересно изучаться неассоциативные алгебраические структуры, однако следует отметить, что уже в середине 19-го века в математике возникли системы удовлетворяющие всем аксиомам кольца, кроме ассоциативности. Среди них особо важную роль играет алгебра чисел Кэли (или алгебра октав), которая тесно связана с лупами Муфанг, а именно, умножения в восьмеричной алгебре октав не является ассоциативным, но удовлетворяют тождествам Муфанг. В 1933 году Руфи Муфанг ввела класс неассоциативных систем называемых лупами Муфанг, что позволило ей открыть класс недезарговых плоскостей Муфанг.

В 1927 году появились работы В.Бляшке и его ученика Т.Томсе посвященные новому направлению дифференциальной геометрии-геометрии три-тканей. Термином k -ткань в геометрии обозначают совокупность k гладких слоений. Две-ткани или сети кривых-известный и хорошо изученный объект в классической дифференциальной геометрии. Уже в первых работах, посвященных три-тканям, обнаружилась связь этого раздела геометрии с алгеброй. В 1928 г. работа Х.Кнессера, в которых дан алгоритм как с помощью произвольной конечной группы построить три-ткани. Позднее Бол заметил, что три-ткани можно строит с помощью группоидов более общего вида, чем группы, а именно, с помощью квазигрупп.

Таким образом, с одной стороны, можно утверждать, что теория квазигрупп зародилась в недрах геометрической науки. С другой стороны, еще раньше, в работах Леонарда Эйлера квазигруппы возникли как комбинаторный объект - латинские квадраты.

Важную роль в теории квазигрупп играет понятия изотопии и гомотопии, заимствованное А.А.Алберта из топологии. Квазигруппы, изотопные группам (абелевым группам), различные их подклассы и тождества, приводящие к ним, исследовались многими авторами. При исследовании ассоциативных в целом систем квазигрупп и уравновешенных тождеств в квазигруппах возникли линейные и односторонние линейные квазигруппы.

Квазигрупп (Q, \cdot) называется линейным над группой $(Q, +)$, если существуют автоморфизмы $\varphi, \psi \in \text{Aut}(Q, +)$ и элемент $c \in Q$ такие, что для любых $x, y \in Q$

$$x \cdot y = \varphi x + c + \psi y.$$

Позднее, по аналогии с линейными квазигруппами Г.Б.Белявской и А.Х. Табаровым введены и исследованы новые классы квазигрупп: алинейные, односторонние алинейные и квазигруппы смешанного типа линейности. Все примитивные квазигруппы $(Q, \cdot, \setminus, /)$, соответствующие линейным и алинейным квазигруппам, составляют многообразие, характеризуемые одним тождеством 4-х переменных. Многообразии всех примитивных T -квазигрупп является пересечением многообразия линейных и алинейных квазигрупп.

Частным случаем линейных квазигрупп являются медиальные квазигруппы. Квазигруппа называется медиальной, если удовлетворяют тождеству $(x \cdot y) \cdot (u \cdot v) = (x \cdot u) \cdot (y \cdot v)$. Один из первых примеров медиальных квазигрупп рассмотрены А.К.Сушкевичем, однако первый значительный результат по медиальным квазигруппам был получен Тойодой, согласно которому медиальные квазигруппы линейны над абелевой группой, причем автоморфизмы φ, ψ коммутируют между собой.

Актуальность и целесообразность диссертационной работы определяются тем, что в ней получены общий вид автотопий, эндотопий, автоморфизмы, эндоморфизмы обобщенных линейных квазигрупп. Кроме того, доказана проблема Белоусова о нормальности конгруэнций для некоторых классов обобщенных линейных квазигрупп.

Степень обоснованности полученных в диссертации результатов подтверждается строгими математическими доказательствами, полученными в результате применения современных методов алгебраических структур, а именно:

- метод теории квазигрупп;
- метод В.Д.Белоусова исследования тождеств в квазигруппах;
- методы В.А.Щербакова и А.Х.Табарова вычисления автотопий и эндотопий квазигрупп.

Полученные в диссертации результаты являются новыми и снабжены строгими математическими доказательствами, дополняют исследования выше указанных ученых и заключаются в следующем:

1. Исследованы гомоморфизмы, автоморфизмы, эндоморфизмы, конгруэнции обобщенных линейных квазигрупп, описано строение автотопий, антиавтотопий и эндотопий обобщенных линейных квазигрупп;
2. Получено строение автотопий, антиавтотопий и эндотопий обобщенных линейных квазигрупп;
3. Решена задача В.Д.Белоусова об условиях нормальности конгруэнции некоторых подклассов обобщенных линейных квазигрупп;

Основные результаты диссертации носят теоретический характер. Они могут быть использованы в научных институтах и организациях, занимающихся теории групп, теории квазигрупп и неассоциативных алгебраических систем, в том числе в Институте математики им. А.Джураева АН РТ, в Институте математики и информатики АН Молдова, в учебном процессе при чтении спецкурсов в МГУ им. М.В.Ломоносова, в Таджикском национальном университете, в Кулябском государственном университете им. А.Рудаки и в других учебных заведениях.

Диссертация А. А. Давлатбекова состоит из введения, двух глав, перечня литературы. Во введении приведена краткая история по изученным задачам и изложено краткое содержание диссертации. Полный объем диссертации 115 страниц, библиография включает 59 наименований.

Основным содержанием первой главы являются теоремы (3.2., 3.6, 4.1, 5.3), следствие (3.3., 4.1., 5.1,) и предложения (5.1, 5.5) об исследовании изоморфизмов, автоморфизмов, гомоморфизмов и эндоморфизмов линейных слева (справа) квазигрупп. Описано строение автотопий, антиавтотопий и эндотопий обобщенных линейных квазигрупп. Кроме того исследованы свойства линейных и аilinearных квазигрупп, а именно: порождающие группы внутренних подстановок обобщенных линейных квазигрупп представлены посредством трансляции и автоморфизмов соответствующей группы, доказано условие, когда подквазигруппа линейной слева (справа) квазигруппы является также линейной слева (справа) квазигруппой, найдены все парастрофы названных классов квазигрупп.

Вторая глава посвящена решению проблемы В.Д.Белоусова для некоторых классов линейных квазигрупп. В теории квазигрупп задача определения нормальных конгруэнций для различных классов квазигрупп поставлена В.Д.Белоусовым в его классической монографии "Основы теории квазигрупп и луп". Постановка задачи следующая: *каковы квазигруппы или лупы в которых все конгруэнции являются нормальными?* (Проблема 20, с.221). Кроме того, в данной главе приводится описание класса линейных А-квазигрупп тождествами, найдена характеристика смешанных типов линейных квазигрупп известными тождествами (полусимметричности, дистрибутивности т.д.), исследованы нормальные формы обобщенных линейных квазигрупп.

- пусть (Q, \cdot) - квазигруппа смешанного типа линейности I рода: $x \cdot y = \varphi x + \bar{\psi} y$ с условием $\varphi^2 = \varepsilon$ (II рода $x \cdot y = \bar{\varphi} x + \psi y$ с условиями $\psi^2 = \varepsilon$). Тогда в (Q, \cdot) выполняется правое (левое) тождество Бола, то есть (Q, \cdot) является правой (левой) квазигруппой Бола. (теорема 2.1.4.);
- в квазигруппах смешанного типа линейности I, II рода с условием $\varphi^2 = \varepsilon$ или $\psi^2 = \varepsilon$ всякая конгруэнция является нормальной. (следствие 2.1.2).

Безусловными достоинствами диссертационной работы А. А. Давлатбекова являются тщательность проведенного анализа поставленных задач, строгое математическое доказательство приведённых утверждений, логичная последовательность изложения материалов и её основные результаты. К недостаткам диссертации можно отнести несколько незначительных опечаток и грамматических ошибок, не влияющих на научную значимость полученных результатов. В целом автореферат и диссертационная работа оформлены хорошо.

Диссертация написана автором самостоятельно, обладает внутренним единством, содержит новые научные результаты, а именно описано строение автотопий, эндотопий автоморфизмов и эндоморфизмов обобщенных линейных квазигрупп, также решена проблема определения нормальных конгруэнций для вышеназванных классов квазигрупп. Основные научные результаты диссертации опубликованы в 16 научных работах, 5 из которых опубликованы в изданиях из перечня ВАК при Президенте Республики Таджикистан.

Диссертационная работа Давлатбекова Акимбека Авалбековича «Автоморфизмы, эндоморфизмы и конгруэнции обобщенных линейных квазигрупп», на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук является научно – квалификационной работой,

которая посвящена исследованию автоморфизмов, эндоморфизмов, изоморфизмов, гомоморфизмов и конгруэнций обобщенных линейных квазигрупп, и полностью удовлетворяет всем требованиям «Положения о порядке присуждения учёных степеней» ВАК при Президенте Республики Таджикистан, а её автор заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 — Математическая логика, алгебра и теории чисел.

Официальный оппонент: Азамов Аслиддин Замонович,
кандидат физико-математических наук
Таджикский национальный университет,
заведующий кафедрой алгебры и теории чисел



Конкретная информация: Министерство образования
и наука Республика Таджикистан, Таджикский
национальный университет, г. Душанбе, проспект Рудаки, 17
тел: +992 (372) 21 77 11, e-mail: tgnu@mail.tj,
веб-сайт: <http://www.tnu.tj>
Подпись А.З.Азамова подтверждаю
Начальник УК ТНУ



Э.Тавкиев.