Бо ҳуқуқи дастхат

Исҳоқов Фаридун Сулаймонович

ТЕОРЕМАҲОИ ҶУДОШАВАНДАГӢ БАРОИ БАЪЗЕ СИНФҲОИ ОПЕРАТОРҲОИ ЭЛЛИПТИКИИ ТАНАЗЗУЛЁБАНДА

01.01.01 - Таҳлили ҳақиқӣ, комплексӣ ва функсионалӣ

Автореферати

диссертатсия барои дарёфти дараҷаи илмии
номзади илмҳои физикаю математика

Душанбе – 2018

Кор дар Институти математикаи ба номи А. Ҷӯраеви
Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон иҷро шудааст

Роҳбари илмӣ: доктори илмҳои физикаю математика
Гадоев Маҳмадраҳим Ғафурович

Муқарризони расмӣ: **Сафаров Ҷумабой,**
доктори илмҳои физикаю математика,
профессор, Донишгоҳи давлатии Қурғонтеппа
ба номи Н.Хусрав, мудири кафедраи
таҳлили математикӣ

Ҷангибеков Гулхоҷа,
доктори илмҳои физикаю математика,
профессор, Донишгоҳи миллии Тоҷикистон,
профессори кафедраи таҳлили
функсионалӣ ва муодилаҳои дифференсиалӣ

Муассисаи пешбар: Муассисаи байнидавлатии таълимии
маълумоти касбии олии "Донишгоҳи
(Славянии) Тоҷикистону Россия"

Ҳимояи диссертатсия *28-уми декабри соли 2018 соати 12:00* дар ҷаласаи Шӯрои диссертатсионии 6D.KOA–37 дар назди Институти математикаи ба номи А. Ҷӯраеви Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон аз рӯи нишонии: 734063, ш. Душанбе, кӯчаи Айнӣ, бинои 299/4 баргузор мегардад.

Бо диссертатсия дар китобхонаи Институти математикаи ба номи А. Ҷӯраеви Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон ва тавассути сомонаи http://www.mitas.tj шинос шудан мумкин аст.

Автореферат санаи "___" _______ соли 2018 аз рӯи феҳристи пешниҳодгардида ирсол карда шудааст.

Котиби илмии Шӯрои диссертатсионӣ,
номзади илмҳои физикаю математика Каримов О.Х.

Тавсифи умумии кор

Муҳиммияти мавзӯъ. Кор ба тадқиқи L_p-ҷудошавандагии ифодаҳои дифференсиалӣ бо ҳосилаҳои хусусии дараҷаи олии ҷуфт, ки дар соҳаи дилхоҳи (маҳдуд ва ғайримаҳдуд) Ω-и фазои евклидии n-ченакаи R_n дода шудаанд ва коэффитсиентҳояшон метавонанд дар сарҳади соҳа ба нол ва ба беохирӣ мубаддал гарданд, бахшида шудааст. Тадқиқот оиди ҷудошавандагии ифодаҳои дифференсиалӣ яке аз равияҳои мустақили назарияи муосири операторҳои дифференсиалиро ташкил медиҳанд ва натиҷаҳои дар ин равия ба даст овардашуда дар назарияи спектралии операторҳо, дар назарияи фазоҳои нормиронидашудаи функсияҳои дифференсиронидашавандаи бисёр тағирёбандҳои ҳақиқӣ дошта ва ба замми ин, ҳангоми тадқиқи мавҷудият ва суфтагии ҳалли муодилаҳои дифференсиалӣ истифода мешаванд.

Мафҳуми ҷудошавандагии ифодаҳои дифференсиалӣ бори аввал дар кори фундаменталии В.Н.Эверитт (W.N.Everitt) ва М.Гиртс (M.Giertz)[1] ворид карда шудааст, ки дар он ҷудошавандагии оператори Штурм-Лиувилл дар фазои L_2 тадқиқ карда шуда буд. Баъдтар натиҷаҳои ин кор дар корҳои дигари ин муаллифон ва корҳои олимони дигар, ба амсоли Ф.В.Аткинсон (F.V. Atkinson)[2], В.Н.Эверитт М.Гиртс, Дж.Вайдман (J. Weidmann)[3], А.Тсеттл (A. Zettl)[4], К.Ҳ.Бойматов[5–6] , М.Отелбаев[7], А.Биргибаев, М.Отелбаев[8], Р.С.Браун (R.C. Brown), Д.Б.Ҳинтон (D.B.Hinton)[9] , Н.Чернявская (N. Chernyavskaya), Л.Шустер

---

[1] Everitt W.N., Giertz M. Some properties of the domains of certain differential operators // Proc. Lond. Math. Soc. – 1971. – V. 23. – No. 3. – P. 301 – 324.

[2] Atkinson F.V. On some results of Everitt and Giertz // Proc. Royal Soc. Edinburg. – 1972/3. – V. 71A. – P. 151 -Џ 158.

[3] Everitt W.N., Giertz M., Weidmann J. Some remarks on a separation and limit-point criterion of second order ordinary differential expressions // Math. Ann. – 1973. – V. 200. – P. 335 – 346.

[4] Zettl A. Separation for differential expressions and the L^p spaces // Proc. Amer. Math. Soc. – 1976. – V. 55. – No. 1. – P. 44 – 46.

[5] Бойматов К.Х. Теоремы разделимости для оператора Штурма–Лиувиля // Математические заметки. – 1973. – Т. 14. – №3. – С. 349 – 359.

[6] Бойматов К.Х. О методе В.Н.Эвиритта и М.Гирца для банаховых пространств // Доклады АН России. – 1997. – Т. 356. – №1. – С. 10 – 12.

[7] Отелбаев М. О суммируемости с весом решения уравнения Штурма–Лиувилля // Математические заметки. – 1974. – Т. 16. – №6. – С. 969 – 980.

[8] Биргебаев А., Отелбаев М. О разделимости нелинейного дифференциального оператора третьего порядка // Известия АН Каз. ССР. Серия физ.-мат. – 1984. – №3. – С. 11 – 13.

[9] Brown R.C., Hinton D.B. Two separation criteria for second order ordinary or partial differential operators // Mathematica Bohemica. – 1999. – V. 124. – No. 2-3. – P. 273 – 292.

(L. Shuster)[10] И.Қурбонов, М.Шодиев[11] ва дигарон умумӣ карда шуданд.

Масалан, мафҳуми ҷудошавандагии ифодаи дифференсиалии Штурм-Лиувилл

$$M[y] = -y'' + q(x)y, \quad x \in (a, +\infty),$$

дар фазои $L_2(a, +\infty)$ чунин маъно дорад, ки агар $y, -y'' + q(x)y \in L_2(a, +\infty)$ бошад, он гоҳ $-y''$, $qy \in L_2(a, +\infty)$.

Дар баъзе корҳо дар назарияи ҷудошавандагӣ мафҳуми чудошавандагии оператори дифференсиалӣ истифода мешавад. Дар ин ҳолатҳо иҷрошавии шартҳои ҷудошавандагии ифодаи дифференсиалӣ барои функсияҳо аз соҳаи муайянии оператори мувофиқ тафтиш карда мешавад.

Дар кори А.Тсеттл[4] ҷудошавандагии оператори дифференсиалии оддии тартиби дилхоҳи n дар фазои L_p тадқиқ карда шудааст. Коэффитсиентҳои оператори тадқиқшаванда аз функсияи доимӣ кам фарқ дошта, исботи натиҷаи асосӣ ба истифодаи нобаробарии коэрситивии мувофиқ барои операторҳои дифференсиалии оддии коэффитсиентҳояшон доимӣ оварда шудааст.

Ҷудошавандагии ифодаҳои дифференсиалии оддии тартиби аз ду боло дар корҳои А.С.Исҳоқов[12], Д.С.Ғоибов[13] ва дигарон низ тадқиқ карда шудааст.

Қайд менамоем, ки дар корҳои В.Н.Эверитт ва М.Гиртс, асосан, ҷудошавандагии оператори Штурм-Лиувилл ва дараҷаҳои он тадқиқ карда шуда, танҳо баъзе аз критерияҳои кифояи ҷудошавандагӣ дар корҳои ин муаллифон муқаррар карда шуда, барои ҳолати ифодаҳои дифференсиалӣ бо ҳосилаҳои хусусии тартиби дуюм дар корҳои В.Н.Эверитт (W.N. Everitt) ва М.Гиртс [14], В.Д.Эванс (W.D. Evans), А.Тсеттл (A. Zettl)[15] умумӣ карда шудаанд. Дар ин корҳо ҷудошавандагии оператори Шредингер дар фазои $L_2(R^n)$ тадқиқ карда шудааст.

---

[10] Chernyavskaya N., Shuster L. Weighted estimates for solutions of the general Sturm-Liouville equation and the Everitt-Giertz problem I // Proc.Edinburgh Math. Soc. – 2015. – V. 58. – Is. 01. – P. 125 – 147.

[11] Курбанов И., Шодиев М. Разделимость оператора Штурма -Лиувилля в пространстве вектор-функции с взвешенно суммируемыми компонентами // Доклады АН Республики Таджикистан. – 1995. – Т. 38. – №1-2. – С. 79 – 86.

[12] Исхоков С.А. О разделимости обыкновенных дифференциальных выражений // В сб.:Функционалний анализ и его приложения в механике и теории вероятностей. Москва. Изд-во МГУ. – 1984. С. 130 – 131.

[13] Гаибов Д.С. Обыкновенные дифференциальные операторы класса Трибеля на полуоси // Доклады АН Республики Таджикистан. – 1993. Т. 36. – №12. – С. 571 – 574.

[14] Everitt W.N., Giertz M. Inequalities and separation for Schrodinger type operators in $L_2(R^n)$ // Proc.Royal Soc. Edinburgh. – 1977. – V. 79A. – P. 257 – 265.

[15] Evans W.D., Zettl A. Dirichlet and separation results for Schrodinger-type operators // Proc. Royal Soc. Edinburgh. – 1978. – V. 80A. – P. 151 -Џ 162.

Ҷудошавандагии операторҳои дифференсиалӣ бо ҳосилаҳои хусусии дараҷаи олӣ дар як қатор корҳои К.Ҳ.Бойматов [16–18], М.Отелбаев[20] ва диг. тадқиқ карда шудааст.

Агар оператори дифференсиалӣ дар фазои функсионалие дода шуда бошад, ки нормааш бо ёрии интегронӣ бо дараҷаи $p \geq 1$ ва бо вазни $\omega(x)$, ки дар инҷо $\omega(x) \not\equiv 1$ ягон функсияи мусбати ченшаванда мебошад, он гоҳ ҳангоми иҷро шудани дохилкуниҳои мувофиқ (дар зер ба таърифи 2.1.1 ниг.) ин оператори дифференсиалӣ L_p-ҷудошаванда бо вазни ω номида мешавад, аммо дар ҳолати $\omega(x) \equiv 1$ он танҳо L_p-ҷудошаванда номида мешавад.

Қайд менамоем, ки L_2-ҷудошавадагӣ бо вазни $\omega(x)$, ки на ҳамавақт баробари 1 аст, дар корҳои О.Х.Каримов[21], Х.А.Атиа[21], Р.С.Браун ва Д.Б.Ҳинтон[9] ва диг. омӯхта шудааст. Ҳолати умумӣ, яъне L_p-ҷудошавандагӣ бо вазни $\omega(x)$, ки на ҳамавақт баробари 1 аст, дар корҳои К.Х.Бойматов[19,22], Н.Чернявская ва Л.Шустер[10] ва диг. омӯхта шудааст.

Хулосаи натиҷаҳои илмӣ оиди ҷудошавандагии операторҳои дифференсиалӣ аз он шаҳодат медиҳад, ки ҷудошавандагии операторҳои дифференсиалӣ бо ҳосилаҳои хусусии умумии дараҷаи дилхоҳи ҷуфт танҳо дар баъзе корҳои алоҳида омӯхта шудааст ва ҳолате, ки дар он соҳаи Ω ва функсияҳое, ки бо воситаи онҳо таназзулёбии коэффитсиентҳои операторҳо ифода карда мешаванд, дар як ҷуфт бо ҳам дода мешаванд ва шарти ғӯтонишро (погружение) қаноат мекунонанд, дар гузашта омӯхта нашудааст.

Мақсади кор. Мақсади кори диссертатсионӣ тадқиқи L_p-ҷудошавандагӣ ва L_p-ҷудошавандагӣ бо вазни $\omega(x)$-и операторҳои дифференсиалӣ бо ҳосилаҳои хусусии дараҷаи дилхоҳи ҷуфт дар ҳолате, ки соҳаи Ω ва функси-

[16] Бойматов К.Х. Теоремы разделимости // Доклады АН СССР. – 1973. – Т. 213. – №5. – С. 1009 – 1011.

[17] Бойматов К.Х. L_2-оценки обобщенных решений эллиптических дифференциальных уравнений // Доклады АН СССР. – 1975. – Т. 223. – №3. – С. 521 – 524.

[18] Бойматов К.Х. Теоремы разделимости, весовые пространства и их приложения к краевым задачам // Доклады АН СССР. – 1979. – Т. 247. – №3, 532 – 536.

[19] Бойматов К.Х. Теоремы разделимости, весовые пространства и их приложения // Труды Математического института им. В.А. Стеклова АН СССР. – 1984. – Т. 170. – С. 37 – 76.

[20] Отелбаев М. Коэрцитивные оценки и теоремы разделимости для эллиптических уравнений в R^n // Труды Математического института им. В.А.Стеклова АН СССР. – 1983. – Т. 161. – С. 195 – 217.

[21] Каримов О.Х. О разделимости нелинейного оператора Шредингера с матричным потенциалом в весовом пространстве // Доклады АН Республики Таджикистан. – 2005. – Т. 48. – №3-4. – С. 38 – 43.

[21] Atia H.A. Separation of the Grushin differential operator in weighted Hilbert spaces // Lobachevskii Journal of Mathematics. – 2011. – V. 32. – No. 3. 180 – 188.

[22] Бойматов К.Х. Коэрцитивные свойства сильно вырождающихся эллиптических уравнений // Доклады АН России. – 1993. – Т. 330. – №4. – С. 409 – 414.

яҳое, ки бо воситаи онҳо таназзулёбии коэффитсиентҳои операторҳо ифода карда мешаванд, дар як ҷуфт бо ҳам дода мешаванд ва шарти ғӯтонишро (погружение) қаноат мекунонанд, мебошад.

Чизҳои тадқиқшаванда. Чизҳои тадқиқшаванда инҳо операторҳои дифференсиалии эллиптикии дараҷаи олие мебошанд, ки дар соҳаи дилхоҳи (маҳдуд ва ё номаҳдуд) фазои $n-$ченакаи евклидӣ дода шудаанд, мебошанд.

Усулҳои тадқиқот. Усулҳои асосии тадқиқот усулҳои муосири назарияи функсияҳо, таҳлили функсионалӣ ва назарияи муодилаҳои дифференсиалӣ бо ҳосилаҳои хусусӣ мебошанд. Исботи теоремаҳои ҷудошавандагӣ ба сохтани регуляризатори рост асоснок карда шудааст.

Нововарии илмӣ. Натиҷаҳои илмии диссертатсия, ки барои ҳимоя пешниҳод мешаванд, нав мебошанд ва аз инҳо иборатанд:

1. Барои як синфи операторҳои дифференсиалӣ бо ҳосилаҳои хусусии дараҷаи олӣ дар соҳаи дилхоҳи (маҳдуд ва ё номаҳдуд) фазои $n-$ченакаи евклидӣ регуляризатори рост сохта шудааст ва мавҷудияти оператори баръакси бефосила дар фазои L_p, $1 < p < +\infty$, исбот карда шудааст.

2. Фазоҳои нави функсияҳои дифференсиронидашавандаи бисёр тағйирёбандаи ҳақиқидошта муайян карда шудаанд, ки нормаашон бо воситаи ифодаи дифференсиалӣ дода мешавад ва шартҳои дар ин фазоҳо зич будани синфи функсияҳои беохирдифференсиронидашаванда муайян карда шудаанд.

3. Шартҳои кифоягии L_p-ҷудошавандагии $(1 < p < +\infty)$ як синфи ифодаҳои дифференсиалӣ бо ҳосилаҳои хусусии дараҷаи олии таназзулёбанда, ки дар соҳаи дилхоҳи (маҳдуд ва ё номаҳдуд) фазои $n-$ченакаи евклидӣ дода шудаанд, муайян карда шудаанд.

4. Теорема оиди ҷудошавандагии операторҳои дифференсиалӣ бо ҳосилаҳои хусусии дараҷаи олии таназзулёбанда, ки дар соҳаи дилхоҳи (маҳдуд ва ё номаҳдуд) фазои $n-$ченакаи евклидӣ дода шудаанд, дар фазои L_p, $1 < p < +\infty$, бо вазни $\omega(x)$ исбот карда шудааст.

Аҳамиятнокии назариявӣ ва амалии кор. Натиҷаҳои дар диссертатсия ба даст овардашуда хусусияти назариявӣ доранд. Онҳо метавонанд барои тадқиқоти нави назариявӣ дар назарияи масъалаҳои канорӣ барои муодилаҳои дифференсиалӣ бо ҳосилаҳои хусусӣ ва дар назарияи фазоҳои нормиронидашудаи функсияҳои дифференсиронидашавандаи бисёр тағйирёбандаи ҳақиқидошта заминаи асосӣ гузоранд.

Моҳияти амалии кор бо воситаи аҳамиятҳои амалии муодилаҳои дифференсиалӣ дар ҳалли масъалаҳои амалии механика ва дигар қисмҳои физика муайян карда мешавад.

Дараҷаи эътимоднокии натиҷаҳои дар тадқиқот овардашуда. Эътимоднокии тамоми натиҷаҳои дар диссертатсия бадастовардашуда бо исботҳои қатъии математикӣ асоснок карда шудаанд.

Тасвиби кор. Натиҷаҳои асосии диссертатсия дар семинари шӯъбаи таҳлили функсионалӣ ва назарияи функсияҳо ва семинари умумиинститутии Институти математикаи ба номи А.Ҷӯраеви Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон муҳокима шуданд. Натиҷаҳои диссертатсия дар конференсияҳои зайл баррасӣ шуданд:

- конференсияи илмии байналхалқии "Муаммоҳои муосири математика ва тадбиқи он" (Душанбе, Филиали Донишгоҳи давлатии Москва ба номи М.В.Ломоносов, 2016);
- мактаб-конференсияи математикии тобистонаи байналхалқии С.Б.Стечкин оид ба назарияи функсияҳо (Душанбе, 15-25 августи соли 2016);
- конференсияи байналхалқии "Математика дар ҷаҳони муосир" бахшида ба 60 солагии Институти математикаи ба номи С.Л.Соболеви Академияи илмҳои Россия (Новосибирск, Россия, 14-19 августи соли 2017);
- конференсияи байналхалқии 8-ум оид ба тарҳрезии математикӣ (Якутск, 4-8 июли соли 2017);
- конференсияи байналхалқии "Муодилаҳои дифференсиалӣ, таҳлили математикӣ ва назарияи ададҳо" (ш. Қурғонтеппа, 27-28 октябри соли 2017).

Интишорот. Натиҷаҳои асосии диссертатсия дар 9 интишороти муаллиф дарҷ гардидаанд. Аз ҷумла 4 мақола дар маҷаллаҳои тақризшаванда, ки ба рӯйхати амалкунандаи КАО-и назди Президенти Ҷумҳурии Тоҷикистон тааллуқ доранд, як мақола дар манбаъҳои байналхалқии библиографӣ ва реферативии Web of Science ва Scopus шомилбуда ва 5 мақолаи дигар дар маҷмӯаҳои маводи конференсияҳои байналхалқӣ чоп шудаанд.

Сохтор ва ҳаҷми диссертатсия. Диссертатсия аз муқаддима, ду боб, феҳристи адабиёти истифодашуда, ки 83 номгӯйро дар бар мегирад, иборат мебошад. Ҳаҷми умумии диссертатсия 106 саҳифаи компютериро дар бар гирифта, дар барномаи LaTeX ҳуруфчинӣ шудааст.

Барои осонӣ дар диссертатсия рақамгузории секаратаи теоремаҳо, леммаҳо, таърифҳо ва формулаҳо мавриди истифода қарор дода шудааст, ки рақами якум бо рақами боб, рақами дуюм бо рақами параграф ва рақами сеюм бо рақами тартибии теоремаҳо, леммаҳо, таърифҳо ё формулаҳои ҳамин параграф мувофиқат мекунад.

Муҳтавои мухтасари диссертатсия

Дар муқаддима актуалӣ будани мавзӯи диссертатсия асоснок карда шуда, муҳокимаи адабиёт аз рӯи мавзӯи тадқиқшаванда, инчунин сохти диссертатсия ва натиҷаҳои асосии он оварда шудаанд.

Боби якуми диссертатсия ба тадқиқи ҷудошавандагии як синфи ифодаҳои дифференсиалӣ бо ҳосилаҳои хусусии дараҷаи олӣ, ки дар соҳаи дилхоҳи (маҳдуд ва ё номаҳдуд) фазои $n-$ченакаи евклидӣ дода шудаанд ва коэффитсиентҳояшон метавонанд дар сарҳади соҳа таназзулёбии ғайридараҷагӣ дошта бошанд, бахшида шудааст. Ин боб аз се параграф иборат аст. **Дар параграфи якум** баръаксшавандагии бефосилаи операторҳое, ки бо воситаи ифодаҳои дифференсиалӣ аз синфи дар боло зикргардида дода мешаванд, омӯхта шудааст.

Бигзор Ω - дилхоҳ маҷмӯи кушод дар фазои $n-$ченакаи евклидии R_n бошад ва бигзор

$$\Pi(0) = \left\{ x = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in R_n : |x_j| < \frac{1}{2}, j = \overline{1, n} \right\}$$

- куби воҳидие бошад, ки марказаш дар ибтидои системаи координат ҷойгир аст.

Барои дилхоҳ нуқтаи $\xi = (\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n) \in R_n$ ва дилхоҳ вектори $\overrightarrow{t} = (t_1, t_2, \ldots, t_n)$ бо компонентҳои мусбат параллелепипеди $\Pi_{\overrightarrow{t}}(\xi)$-ро бо воситаи баробарии зерин муайян менамоем

$$\Pi_{\overrightarrow{t}}(\xi) = \left\{ x \in R_n : \left(\frac{x_1 - \xi_1}{t_1}, \frac{x_2 - \xi_2}{t_2}, \ldots, \frac{x_n - \xi_n}{t_n} \right) \in \Pi(0) \right\}.$$

Бигзор $g_j(x)(j = \overline{1, n})$ функсияҳои мусбати дар Ω муайяншуда бошанд. Ифодаи зеринро дохил мекунем

$$\Pi_{\varepsilon, \overrightarrow{g}}(\xi) = \Pi_{\varepsilon \overrightarrow{g}(\xi)}(\xi),$$

ки дар инҷо $\varepsilon > 0$ ва $\overrightarrow{g}(\xi) = (g_1(\xi), g_2(\xi), \ldots, g_n(\xi))$ мебошад.

Дар қисми боқимондаи кор фарз карда мешавад, ки маҷмӯи Ω ва функсияҳои $g_j(x)\,(j = \overline{1,n})$ бо шарти зерин алоқаманданд:

(A). чунин доимии $\varepsilon_0 > 0$ мавҷуд аст, ки барои ҳамаи $\xi \in \Omega$ ва $\varepsilon \in (0,\,\varepsilon_0)$ параллелепипеди $\Pi_{\varepsilon,\overrightarrow{g}}(\xi)$ ба маҷмӯи Ω дохил аст.

Шарти (A) монанди шарти ғӯтониш (погружение) мебошад, ки онро бори аввал П.И.Лизоркин[23] дохил карда буд. Дар ин кори ӯ мисолҳои соҳаи Ω ва функсияҳои мусбати $g_j(x), j = 1, 2, \ldots, n$, оварда шудаанд, ки шарти ғутонишро қаноат мекунанд.

Қайд менамоем, ки операторҳои эллиптикии таназзулёбандаи намуди дивергентӣ дар ҳолате, ки соҳаи Ω ва функсияҳои $g_j(x), j = 1, 2, \ldots, n$, ки таназзулёбии коэффитсиентҳои операторҳои тадқиқшавандаро тавсиф мекунанд, шартҳои дар боло овардашударо қаноат мекунанд, пештар дар мақолаҳои С.А.Исҳоқов, М.Ғ.Гадоев ва И.А.Якушев[24–26] омӯхта шуда буданд. Дар ин мақолаҳо, асосан, ҳалшавандагии масъалаи вариатсионии Дирихле дар фазои $L_2(\Omega)$ тадқиқ карда шуда, хосиятҳои ҳалли он омӯхта шудаанд. Бар хилофи ин дар ин диссертатсия операторҳои эллиптикии дараҷаи олии намуди ғайридивергентӣ тадқиқ карда шуда, барои онҳо операторҳои баръакси дар фазоҳои $L_p(\Omega), 1 < p < +\infty$ амалкунанда сохта мешаванд.

Ифодаи дифференсиалии зеринро дида мебароем

$$L(x, D_x) = \sum_{|k| \le 2r} a_k(x) D_x^k \quad (x \in \Omega), \tag{1}$$

ки дар ин ҷо $k = (k_1, k_2, \ldots, k_n)$ - мултииндекс, $|k| = k_1 + k_2 + \ldots + k_n$ - дарозии мултииндекс,

$$D_x^k = \left(\frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial x_1}\right)^{k_1} \left(\frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial x_2}\right)^{k_2} \ldots \left(\frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial x_n}\right)^{k_n}$$

ва i - воҳиди мавҳум.

---

[23] Лизоркин П.И. Оценки смешанных и промежуточных производных в весовых L_p-нормах // Труды Математического института им. В. А. Стеклова АН СССР. – 1980. – Т. 156. – С. 130 – 142.

[24] Гадоев М.Г., Якушев И.А. Вариационная задача Дирихле для одного класса эллиптических уравнений с вырождением // Математические заметки ЯГУ. – 2011. – Т. 18. – №1. – С. 25 – 35.

[25] Исхоков С.А., Гадоев М.Г., Якушев И.А. Неравенство Гординга для эллиптических операторов высшего порядка с нестепенным вырождением // Доклады АН России. – 2012. – Т. 443. – №3. – С. 286 – 289.

[26] Исхоков С.А., Гадоев М.Г., Якушев И.А. Неравенство Гординга для эллиптических операторов высшего порядка с нестепенным вырождением и его приложения // Уфимский математический журнал. – 2016. – Т. 8. – Вып. 1. – С. 54 – 71.

Бо воситаи $B(\tau, \overrightarrow{g}, \Omega)$, ки дар инҷо τ адади мусбат мебошад, синфи рамзҳои (символ)

$$L(x,s) = \sum_{|k| \le 2r} a_k(x) s^k \quad (x \in \Omega, s \in R_n)$$

бо коэффитсиентҳои ченшавандаро ифода мекунем, ки шартҳои зеринро қаноат мекунанд:

(I) $\inf\limits_{x \in \Omega, s \in R_n} |L(x,s)| = \delta \neq 0;$

(II) $|a_k(x) s^{k'}| \le \tau g_1^{-k_1''}(x) g_2^{-k_2''}(x) \ldots g_n^{-k_n''}(x) |L(x,s)|$
барои дилхоҳ $x \in \Omega,\ s \in R_n,\ k = k' + k'',\ k'' \neq 0,\ |k| \le 2r;$

(III) $\sum\limits_{|k| \le 2r} \left| \left(a_k(x) - a_k(y)\right) s^k \right| \le \tau |L(x,s)|$
барои дилхоҳ $s \in R_n$ ва ҳамаи $x, y \in \Omega$ шарти зеринро қаноаткунанда $|x_j - y_j| < \varepsilon^2 g_j(x),\ j = 1, 2 \ldots, n,\ \varepsilon \in (0, \varepsilon_0)$.

Натиҷаҳои асосии параграфи якуми боби якум ба намуди теоремаҳои зерин мухтасар карда шудаанд.

Теоремаи 1.1.1. *Бигзор чунин адади $\lambda > 0$ мавҷуд бошад, ки*

$$\lambda^{-1} \le \frac{g_j(x)}{g_j(y)} \le \lambda,\ j = 1, 2, \ldots, n, \tag{2}$$

барои ҳамаи $y \in \Omega$ ва ҳамаи $x \in \Pi_{\varepsilon, \overrightarrow{g}}(y)$ ва бигзор барои ягон $\varkappa > 0$ нобаробарии зерин иҷро шавад

$$\sum_{|k| \le 2r} |a_k(x) s^k| \le \varkappa |L(x,s)|, \tag{3}$$

барои ҳамаи $x \in \Omega,\ s \in R_n$.

Онгоҳ чунин адади $\tau_0 = \tau_0(n, r, p, \varkappa, \delta) > 0,\ 1 < p < +\infty$ ёфт мешавад, ки агар $\tau \in (0, \tau_0)$ ва $L(x,s) \in B(\tau, \overrightarrow{g}, \Omega)$ бошад, пас сарбасти $L_{(p)}$ оператори $L = L(\cdot, D),\ D(L) = C_0^\infty(\Omega)$, дар фазои $L_p(\Omega)$ мавҷуд аст ва дорои опреатори баръакси бефосила мебошад.

Теоремаи 1.1.2. *Бигзор $1 < p < +\infty$, ҳамаи шартҳои теоремаи 1.1.1 иҷро шаванд ва бигзор τ_0 ададе чун дар ин теорема бошад. Онгоҳ агар $\tau \in (0, \tau_0)$ ва $L(x,s) \in B(\tau, \overrightarrow{g}, \Omega)$ бошад, пас нобаробарии зерин ҷой дорад*

$$\|u;\, L_p(\Omega)\| \le C_0 \left\| L_{(p)} u;\, L_p(\Omega) \right\| \quad \left(u \in D\left(L_{(p)}\right)\right), \tag{4}$$

дар ин ҷо адади $C_0 > 0$ *танҳо аз* r, n, p, $\varkappa$ *ва аз ҳади поёнии функсияи* $|L(x,\,s)|$ $(x \in \Omega,\, s \in R_n)$ *вобаста аст.*

Дар параграфи дуюми боби аввали диссертатсия фазоҳо функсияҳои дифференсиронидашавандаи бисёр тағйирёбандаи ҳақиқидошта ворид карда шудаанд, ки нормаашон бо воситаи ифодаи дифференсиалии (1) дода мешаванд ва хосиятҳои ин фазоҳо омӯхта шудаанд.

Бо воситаи $\overset{0}{W}_{p,\,L}(\Omega)$ сарбасти синфи $C_0^\infty(\Omega)$-ро аз рӯи нормаи

$$\|u;\, W_{p;\,L}(\Omega)\| = \left\{ \int\limits_\Omega |u(x)|^p dx + \sum_{|k| \le 2r} \int\limits_\Omega \left| a_k(x) D_x^k u(x) \right|^p dx \right\}^{1/p}. \tag{5}$$

ифода мекунем. Маҷмӯи ҳамаи k-ро, ки барояшон $a_k(x) \not\equiv 0$ аст, бо воситаи $\mathscr{K}$ ифода менамоем. Бигзор $O_{\mathscr{K}}$ маҷмӯи ҳамаи функсияҳои $u(x) \in L_{1,\,loc}(\Omega)$ бошад, ки дорои ҳосилаҳои умумикардашуда ба маънои С.Л. Соболеви $D_x^k u(x)$ барои ҳамаи $k \in \mathscr{K}$ бошанд.

Бо воситаи $W'_{p;\,L}(\Omega)$, $1 < p < +\infty$ фазои функсияҳои $u(x) \in L_p(\Omega) \cap O_{\mathscr{K}}$-ро ифода мекунем, ки барояшон нормаи (5) охирнок мебошад.

Баъд аз ин фарз мекунем, ки коэффитсиентҳои $a_k(x)$, $|k| \le 2r$-и ифодаи дифференсиалии (1) шарти суфтагии зеринро қаноат мекунанд

$$D_x^l a_k(x) \in L_{\infty,\,loc}(\Omega) \ (|l| \le |k| \le 2r). \tag{6}$$

Мисли ҳамеша бо воситаи $\langle f,\, \varphi \rangle$, ки дар инҷо $f \in D'(\Omega)$ мебошад, қимати функсияи умумикардашудаи f-ро дар функсияи $\varphi \in C_0^\infty(\Omega)$ ифода мекунем. Функсияи умумикардашудаи f бо ягон функсияи $g(x) \in L_{1,\,loc}(\Omega)$ айниятӣ карда мешавад, агар

$$\langle f,\, \varphi \rangle = \int\limits_\Omega g(x)\varphi(x)dx,$$

бошад, барои ҳамаи $\varphi \in C_0^\infty(\Omega)$.

Ҳангоми иҷрошавии шарти суфтагии (6) барои функсияи дилхоҳи $u(x) \in L_{1,\,loc}(\Omega)$ функсияи умумикардашудаи $a_k(x) D_x^k u(x)$ $(|k| \le 2r)$-ро бо формулаи зерин муайян намудан мумкин аст:

$$\left\langle a_k D^k u,\, \varphi \right\rangle = (-1)^{|k|} \int\limits_\Omega u(x) D_x^k \left(a_k(x)\varphi(x) \right) dx, \tag{7}$$

барои ҳамаи $\varphi \in C_0^\infty(\Omega)$.

Фазои $W_{p,\,L}(\Omega)$ функсияҳои $u(x)\in L_p(\Omega)$, ки барояшон функсияҳои умумикардашудаи $a_k(x)D_x^k u(x)$ барои ҳамаи $|k|\le 2r$ ба фазои $L_p(\Omega)$ тааллуқ дошта, нормаи (5) охирнок аст, ворид менамоем.

Барои $u(x)\in L_p(\Omega)$ бо воситаи $L(x,\,D_x)u(x)$ суммаи ҳамаи функсияҳои умумикардашудаи $a_k(x)D_x^k u(x), \quad |k|\le 2r$, ки бо воситаи баробарии (7) муайян карда шудаанд, ифода менамоем ва фазои $\mathcal{W}_{p,\,L}(\Omega)$-ро ворид менамоем, ки аз функсияҳои $u(x)\in L_p(\Omega)$, ки барояшон функсияи умумикардашудаи $L(x,\,D_x)u(x)$ ба фазои $L_p(\Omega)$ тааллуқ дорад ва нормаи зерин охирнок аст

$$\|u;\,\mathcal{W}_{p;\,L}(\Omega)\|=\left\{\int\limits_{\Omega}|u(x)|^p dx+\int\limits_{\Omega}|L(x,\,D_x)u(x)|^p\,dx\right\}^{1/p}. \qquad (8)$$

Бо воситаи $\overset{0}{\mathcal{W}}_{p;\,L}(\Omega)$ сарбасти синфи $C_0^\infty(\Omega)$-ро мувофиқи нормаи (8) ифода мекунем.

Ҳамин тариқ, барои ифодаи дифференсиалии (1) мо чунин фазоҳои вазндорро муайян намудем: $\overset{0}{W}_{p,\,L}(\Omega)$, $W'_{p,\,L}(\Omega)$, $W_{p,\,L}(\Omega)$, $\mathcal{W}_{p,\,L}(\Omega)$. Дар ин ҷо ду фазои аввал бе ягон шарти суфтагии коэффитсиентҳои $a_k(x), \quad |k|\le 2r$, муайян карда шуда, ду фазои баъдӣ дар ҳолати ҷой доштани шарти суфтагии (6) муайян карда шудаанд.

Қайд менамоем, ки $W'_{p,\,L}(\Omega)\subset W_{p,\,L}(\Omega)$ ва агар $a_k(x)\not\equiv 0$ барои ҳамаи мултииндексҳои $k:\,|k|\le 2r$ бошад, онгоҳ $W'_{p,\,L}(\Omega)=W_{p,\,L}(\Omega)$ мешавад. Агар шарти суфтагии (6) иҷро шавад, онгоҳ фазои $\overset{0}{W}_{p,\,L}(\Omega)$ сарбасти синфи $C_0^\infty(\Omega)$ дар фазои $W_{p,\,L}(\Omega)$ мебошад.

Фазоҳои дар боло муайяншудаи $W_{p,\,L}(\Omega)$, $\mathcal{W}_{p,\,L}(\Omega)$ фазоҳои пурра мебошанд.

Теоремаи 1.2.1. *Бигзор $1<p<+\infty$, ҳамаи шартҳои теоремаи 1.1.1 иҷро шаванд ва бигзор τ_0 ададе чун дар ин теорема бошад. Онгоҳ агар $\tau\in(0,\,\tau_0)$ ва $L(x,s)\in B(\tau,\overrightarrow{g},\Omega)$ бошад, баробарии*

$$D\left(L_{(p)}\right)=\overset{0}{W}_{p,\,L}(\Omega)$$

ҷой дошта, барои ҳамаи функсияҳои $u\in D\left(L_{(p)}\right)$ нобаробарии зерин иҷро мешавад

$$\|u;\,W_{p,\,L}(\Omega)\|\le M\,\|L(\cdot;\,D)u;\,L_p(\Omega)\|\le M\,\|u;\,W_{p,\,L}(\Omega)\|, \qquad (9)$$

ки дар инҷо адади $M>0$ танҳо аз $r,\,n,\,p,\,\delta,\,\varkappa$ вобаста аст.

Теоремаи 1.2.2. *Бигзор* $1 < p < +\infty$, *ҳамаи шартҳои теоремаи 1.1.1 иҷро шаванд ва бигзор* τ_0 *ададе чун дар ин теорема бошад. Онгоҳ агар* $\tau \in (0, \tau_0)$ *ва* $L(x,s) \in B(\tau, \overrightarrow{g}, \Omega)$ *бошад, ҷойгиркунии зерин иҷро мешавад*

$$W'_{p,\,L}(\Omega) \subset D\left(L_{(p)}\right). \tag{10}$$

Агар дар ин ҳолат шарти суфтагии зерин иҷро шавад

$$D_x^l a_k(x) \in L_{\infty,\,loc}(\Omega)\ (|l| \le |k| \le 2r), \tag{11}$$

онгоҳ

$$\overset{0}{W}_{p,\,L}(\Omega) = W_{p,\,L}(\Omega) = \overset{0}{\mathcal{W}}_{p,\,L}(\Omega) \tag{12}$$

мешавад.

Дар параграфи сеюми боби аввал ҷудошавандагии ифодаи дифференсиалии (1) дар ҳолати иҷро шудани баъзе шартҳои иловагӣ омӯхта мешавад. Синфи рамзҳои (символ) $\mathbb{B}(\tau, \overrightarrow{g}, \Omega)$ ворид карда шудааст. Мувофиқи таъриф $L(x,s) \in \mathbb{B}(\tau, \overrightarrow{g}, \Omega)$, агар $L(x,s) \in B(\tau, \overrightarrow{g}, \Omega)$,

$$D_x^l a_k(x) \in L_{\infty,\,loc}(\Omega)\ (|l| \le |k| \le 2r),$$

ва яке аз шартхои зерин иҷро шавад:

(IVa) $L(x,\, D_x)$ – ифодаи дифференсиалии симметрӣ;

(IVб) $$\sum_{\substack{l+k'+k''=k,\\ k''\neq 0,\,|k|\le 2r}} \left| \left(D_x^l a_k(x)\right) g_1^{k_1''}(x) g_2^{k_2''}(x) \ldots g_n^{k_n''}(x) s^{k'} \right| \le \tau |L(x,\, s)|,$$
барои ҳамаи $x \in \Omega,\ s \in R_n$.

Таърифи 1.3.1. Ифодаи дифференсиалии

$$L(x, D_x) = \sum_{|k|\le 2r} a_k(x) D_x^k, \quad x \in \Omega,$$

L_p-*ҷудошаванда* номида мешавад, агар барои ҳамаи функсияҳои $u(x) \in O_{\mathscr{K}}$, ки

$$u(x) \in L_p(\Omega),\ \ L(x,\, D_x)u(x) \in L_p(\Omega)$$

аст, мутааллиқии

$$a_k(x) D_x^k u(x) \in L_p(\Omega),$$

барои ҳамаи мултииндексҳои $k \in \mathscr{K}$ ҷой дошта бошад.

Теоремаи 1.3.1. *Бигзор* $1 < p < +\infty$ *ва чунин адади* $K > 0$ *мавҷуд бошад, ки*

$$\sum_{|k|\le 2r} \left|a_k(x)s^k\right| \le K\,|L(x,\,s)|,$$

барои ҳамаи $x \in \Omega$, $s \in R_n$. *Онгоҳ чунин адади* $t_0 = t_0(r,\,n,\,p,\,K) > 0$ *ёфт мешавад, ки агар*

$$L(x,\,s) \in \mathbb{B}(\tau, \overrightarrow{g}, \Omega), \quad 0 < \tau < t_0,$$

бошад, ифодаи дифференциалии $L(x,\,D_x)$ L_p*-ҷудошаванда мешавад. Дар ин ҳолат*

$$\overset{0}{W}_{p,\,L}(\Omega) = W_{p,\,L}(\Omega) = \mathcal{W}_{p,\,L}(\Omega) \tag{13}$$

ва нормаҳо дар ин фазоҳо эквивалентӣ мебошанд.

Боби дуюми диссертатсия ба тадқиқи L_p-ҷудошавандагии $(1 < p < +\infty)$ ифодаи дифференсиалии (1) бо вазни $\omega(x)$ бахшида шудааст. Ин боб аз чор параграф иборат аст. Натиҷаҳои асосии боби дуюм дар параграфи аввал оварда шуда, исботи онҳо дар параграфҳои баъдӣ оварда шудааст.

Таърифи 2.1.1. Бигзор $\omega(x)$ – функсияи мусбати ченшаванда дар Ω, $1 < p < +\infty$. Ифодаи дифференсиалии

$$L(x, D_x) = \sum_{|k|\le 2r} a_k(x) D_x^k, \quad x \in \Omega, \tag{14}$$

L_p*-ҷудошаванда бо вазни* $\omega(x)$ номида мешавад, агар барои ҳамаи чунин функсияҳои $u(x) \in O_{\mathscr{K}}$, ки

$$\omega(x)u(x) \in L_p(\Omega),\ \ \omega(x)L(x,\,D_x)u(x) \in L_p(\Omega)$$

мебошад, мутааллиқии

$$\omega(x)a_k(x)D_x^k u(x) \in L_p(\Omega)$$

барои ҳамаи мултииндексҳои $k \in \mathscr{K}$ ҷой дошта бошад.

Теореми 2.1.1. *Бигзор чунинададҳои* $\lambda > 1$, $\nu > 1$ *мавҷуд бошанд, ки*

$$\nu^{-1} \le \frac{\omega(x)}{\omega(y)} \le \nu, \quad \lambda^{-1} \le \frac{g_j(x)}{g_j(y)} \le \lambda,\ \ j = 1, 2, \ldots, n, \tag{15}$$

барои ҳамаи $y \in \Omega$ *ва ҳамаи* $x \in \Pi_{\varepsilon,\overrightarrow{g}}(y)$ *бошад ва бигзор барои ягон адади* $\varkappa > 0$ *нобаробарии*

$$\sum_{|k|\le 2r} |a_k(x)s^k| \le \varkappa |L(x,s)|, \tag{16}$$

барои ҳамаи $x \in \Omega$, $s \in R_n$ *иҷро шавад. Онгоҳ чунин адади* $\tau_* = \tau_*(r,\, n,\, p,\, \varkappa,\, \lambda,\, \nu) > 0$ *ёфт мешавад, ки агар*

$$L(x,\, s) \in \mathbb{B}(\tau, \overrightarrow{g}, \Omega),\; \tau \in (0,\, \tau_*)$$

бошад, ифодаи дифференсиалии $L(x,\, D_x)$ L_p*-ҷудошаванда бо вазни* $\omega(x)$ *мешавад.*

Исботи теоремаи 2.1.1 ба тадбиқи теоремаи 2.1.2-и дар поён овардашуда оиди маҳдудияти нисбии операторҳои дифференсиалӣ асоснок карда шудааст. Ин теорема худ низ дорои аҳамияти алоҳида мебошад.

Дар қатори ифодаи дифференциалии (14) ифодаи дифференсиалии

$$\mathbb{L}(x, D_x) = \sum_{|k|\le 2r} b_k(x) D_x^k \quad (x \in \Omega) \tag{17}$$

-ро дида мебароем, ки коэффитсиентҳояш $b_k(x)(x \in \Omega,\, |k| \le 2r)$ бефосила буда, нобаробарии

$$\sum_{\substack{k'+k''=k,\\ |k|\le 2r}} \left| b_k(x) g_1^{k_1''}(x) g_2^{k_2''}(x) \ldots g_n^{k_n''}(x) s^{k'} \right| \le \mathbb{N} |L(x,\, s)| \tag{18}$$

-ро барои ҳамаи $x \in \Omega$, $s \in R_n$ қаноат мекунанд; $\mathbb{N}$ - ягон доимии мусбат.

Теоремаи 2.1.2. *Бигзор чунин адади* $\lambda > 0$ *мавҷуд бошад, ки*

$$\lambda^{-1} \le \frac{g_j(x)}{g_j(y)} \le \lambda,\; j = 1, 2, \ldots, n,$$

барои ҳамаи $y \in \Omega$ *ва ҳамаи* $x \in \Pi_{\varepsilon, \overrightarrow{g}}(y)$ *бошад ва бигзор барои ягон* $\varkappa > 0$ *нобаробарии (16) иҷро шавад. Бигзор, ба замми ин, нобаробарии (18) иҷро шавад. Онгоҳ чунин адади* $\tau_0^* = \tau_0^*(r,\, n,\, p,\, \varkappa,\, \delta) > 0$, $1 < p < +\infty$, *ёфт мешавад, ки агар* $L(x,\, s) \in B(\tau, \overrightarrow{g}, \Omega)$, $\quad 0 < \tau < \tau_0^*$, *барои ҳамаи* $u \in C_0^\infty(\Omega)$ *бошад, пас нобаробарии*

$$\sum_{|k|\le 2r} \left\| b_k(x) D_x^k u(x);\, L_p(\Omega) \right\| \le \mathbb{M} \left\| L(x,\, D_x) u(x);\, L_p(\Omega) \right\|, \tag{19}$$

ки дар инҷо $\mathbb{M} = \mathbb{M}(r,\, n,\, p,\, \varkappa,\, \mathbb{N})$ *ягон доимии мусбат мебошад, иҷро мешавад. Агар* $L(x,\, s) \in \mathbb{B}(\tau, \overrightarrow{g}, \Omega)$, $\quad 0 < \tau < \tau_0^*$ *бошад, онгоҳ нобаробарии (19) низ барои ҳамаи функсияҳои* $u(x) \in L_p(\Omega)$, *ки* $L(x,\, D_x) u(x) \in L_p(\Omega)$ *мебошад, иҷро мешавад.*

Исботи ин теорема дар §2.2 оварда шудааст. Дар §2.3 баъзе леммаҳои ёрирасон исбот карда шуда, дар §2.4 исботи теоремаи 2.1.1 оварда шудааст.

Аз фурсати муносиб истифода бурда, муаллиф миннатдории амиқи худро ба роҳбари илмӣ, доктори илмҳои физикаю математика Маҳмадраҳим Ғафурович Гадоев барои машваратҳои муфид, муҳокимаҳо ва дастгириҳо иброз медорад.

ИНТИШОРОТИ МУАЛЛИФ ОИД БА МАВЗӮИ ДИССЕРТАТСИЯ

Мақолаҳое, ки дар маҷаллаҳои тақризшавандаи КОА-и назди Президенти Ҷумҳурии Тоҷикистон нашр шудаанд:

1. Исхоков Ф.С. Об обратимости одного класса вырождающихся дифференциальных операторов в лебеговом пространстве [Текст]/ М.Г.Гадоев, Ф.С.Исхоков // Доклады АН Республики Таджикистан. – 2015. – Т. 58. – №7. – С. 558 – 563.

2. Исхоков Ф.С. Об обратимости одного класса вырождающихся дифференциальных операторов в лебеговом пространстве [Текст]/ М.Г.Гадоев, Ф.С.Исхоков // Математические заметки СВФУ – 2016. – Т. 23. – №3(91). – С. 3 – 26.

3. Iskhokov F.S. Separation of a class of degenerate differential operators in L_p-spaces [Текст]/ M.G.Gadoev, F.S.Iskhokov //Proceedings of the 8th international conference on mathematical modeling (ICMM-2017). AIP Conference Proceedings, vol. 1907, 030003 (2017), p. 1–5. https://doi.org/10.1063/1.5012625

4. Исхоков Ф.С. Об относительной ограниченности одного класса вырождающихся дифференциальных операторов в лебеговом пространстве [Текст]/ М.Г.Гадоев, Ф.С.Исхоков // Математические заметки СВФУ – 2018. – Т. 25. – №1(97). – С. 3 – 14.

Дар дигар нашрияҳо:

5. Исхоков Ф.С. О разделимости одного класса эллиптических операторов в лебеговом пространстве [Текст]/ Ф.С.Исхоков // Материалы международной научной конференции "Современные проблемы математики и ее приложений". – Душанбе: Филиал МГУ им. М.В.Ломоносов. – 2016. – С. 76 – 78.

6. Исхоков Ф.С. О некоторых функциональных пространствах, норма которых задается с помощью дифференциального оператора [Текст]/ М.Г.Гадоев, Ф.С.Исхоков // Труды международной летней математической Школы-Конференции С.Б.Стечкина по теории функций. – Душанбе. – 2016. – С. 82 – 84.

7. Исхоков Ф.С. О разделимости одного класса вырождающихся дифференциальных операторов в лебеговом пространстве [Текст]/ М.Г.Гадоев,

Ф.С.Исхоков // VIII Международная конференция по математическому моделированию. Якутск, Россия. 4-8 июля, 2017. Тезисы докладов. – С. 35.

8. Исхоков Ф.С. О разделимости одного класса вырождающихся эллиптических операторов [Текст]/ М.Г.Гадоев, Ф.С.Исхоков // "Математика в современном мире". Международная конференция, посвященная 60-летию Института математики им. С.Л.Соболева. Новосибирск, Россия. 14-18 августа, 2017. Тезисы докладов. – С. 201.

9. Исхоков Ф.С. К теории разделимости эллиптических дифференциальных операторов [Текст]/ М.Г.Гадоев, Ф.С.Исхоков // "Дифференциальные уравнения, математический анализ и теория чисел". Материалы международной конференции, посвященной 25-летию XVI сессии Верховного Совета Республики Таджикистан. Курган-Тюбе, 27-28 октября 2017 г. – С. 32–33.

Резюме
диссертации Исхокова Фаридуна Сулаймоновича на тему "Теоремы разделимости для некоторых классов вырождающихся эллиптических операторов", представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 - вещественный, комплексный и функциональный анализ

Ключевые слова: дифференциальный оператор с частными производными, обобщенное производное, разделимость, правый регуляризатор, обратный оператор.

Актуальность темы: Диссертационная работа посвящена исследованию разделимости вырождающихся эллиптических операторов высшего порядка в пространстве $L_p(\Omega)$ и в весовом пространстве $L_{p;\omega}(\Omega)$.

Понятие разделимости дифференциального выражения впервые было введено в научной литературе В.Н.Эвериттом (W.N. Everitt) и М.Гирцом (M. Giertz) в 1971 году и в настоящее время исследования по разделимости дифференциальных выражений образуют одно из основных самостоятельных направлений современной теории дифференциальных операторов и результаты, полученные по этому направлению используются в спектральной теории дифференциальных операторов, в теории нормированных пространств дифференцируемых функций многих вещественных переменных, а также при исследовании существования и гладкости решения дифференциальных уравнений. Значимые результаты по этому направлению получены в работах К.Х.Бойматова, М.Г.Гадоева, О.Х.Каримова, М.Б.Муратбекова, А.С.Мохамеда (A.S.Mohamed), Р.Ойнарова, М.Отелбаева, Х.А.Атиа (H.A.Atia), Ф.В.Аткинсона (F.V.Atkinson), Р.С.Брауна (R.C.Brown), Д.Б.Хинтона (D.B.Hinton), Н.Чернявской (N.Chernyavskaya), В.Н.Эверитта (W.N.Everitt), М.Гирца (M.Giertz), О.Милатовича (O.Milatovic), С.Омрана (S.Omran), Л.Шустера (L.Shuster), Е.М.Е.Зайеда (E.M.E.Zayed) и др.

Цель работы. Целью диссертационной работы является исследование L_p-разделимости и L_p-разделимости с весом $\omega(x)$, не обязательно равным 1, дифференциальных выражений с частными производными произвольного четного порядка в случае, когда область Ω и функции, которые характеризуют вырождения коэффициентов дифференциального оператора, задаются в паре друг с другом и удовлетворяют условию погружения.

Научная новизна. Результаты, выносимые на защиту, являются новыми и заключаются в следующем:

1. Для одного класса вырождающихся дифференциальных операторов с частными производными высокого порядка в произвольной (ограниченной или неограниченной) области n-мерного евклидова пространства построен правый регуляризатор и доказано существование непрерывного обратного оператора в пространстве L_p, $1 < p < +\infty$.

2. Введены новые функциональные пространства дифференцируемых функций многих вещественных переменных, норма которых задается с помощью дифференциального выражения, и найдены условия плотности класса бесконечно дифференцируемых финитных функций в этих пространствах.

3. Найдены достаточные условия L_p-разделимости $(1 < p < +\infty)$ одного класса вырождающихся дифференциальных операторов с частными производными высокого порядка в произвольной (ограниченной или неограниченной) области n-мерного евклидова пространства.

4. Доказана теорема о разделимости вырождающихся дифференциальных операторов с частными производными высокого порядка в произвольной (ограниченной или неограниченной) области n-мерного евклидова пространства в пространстве L_p, $1 < p < +\infty$, с весом $\omega(x)$.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, двух глав, списка цитированной литературы из 83 наименования и заключения, занимает 106 страницы машинописного текста и набрана на LaTeX .

Summary
of the thesis of Iskhokov Faridun Sulaimonovich "Separation theorems for some classes of degenerate elliptic operators" presented for Candidate physico-mathematical sciences degree on the speciality 01.01.01 – real, complex and functional analysis

Key words: partial differential operator, generalized derivative, separation theorem, right-hand regularizing operator, inverse operator.

Actuality of the work: The thesis is devoted to investigation of separation of higher-order degenerate elliptic operators in the space $L_p(\Omega)$ and the weighted space $L_{p;\,\omega}(\Omega)$.

The concept of separation for differential operators was first introduced in scientific literature by W.N.Everitt and M.Giertz in 1971 and now investigations on separation of differential operators constitute one of important independent directions of modern theory of differential operators and results obtained in this direction are used in spectral theory of differential operators, in the theory of normed spaces of differentiable functions of many real variables as well as during investigation of existence and smoothness of solutions of differential equations.

Significant results on this direction were obtained in works of K.Kh.Boimatov, M.G.Gadoev, O.Kh.Karimov, M.B.Muratbekov, A.S.Mohamed, R.Oinarov, M.Otelbaev, H.A.Atia, F.V.Atkinson, R.C.Brown, D.B.Hinton, N.Chernyavskaya, W.N.Everitt, M.Giertz, O.Milatovic, S.Omran, L.Shuster, E.M.E.Zayed and etc.

Purpose of the research. The purpose of the research is an investigation of L_p-separation and L_p-separation with weight $\omega(x)$, which is not necessarily equal to one, for partial differential expressions of arbitrary even order in a case when the domain Ω and the functions characterizing degeneracies of the operator's coefficients paired with each other, and it is required to fulfill the condition of immersion.

Scientific novelity. The results to be presented for defence are new and are as follows:

1. A right-hand regularizing operator is constructed for a class of higher-order degenerate partial differential operators in an arbitrary (bounded or unbounded) domain of the $n-$dimensional Euclidian space and existence of a continuous inverse operator in the space L_p, $1 < p < +\infty$ is proved.

2. New spaces of differentiable functions of many real variables, which norms are defined by differential expression, are introduced and conditions for density of the class of infinitely differentiable functions with compact supports in these spaces are find.

3. Sufficient conditions for L_p-separation $(1 < p < +\infty)$ of a class of higher-order degenerate partial differential operators in an arbitrary (bounded or unbounded) domain of the $n-$dimensional Euclidian space are find.

4. A theorem of separability in the space L_p, $1 < p < +\infty$, with wight $\omega(x)$ for a class of higher-order degenerate partial differential operators in an arbitrary (bounded or unbounded) domain of the $n-$dimensional Euclidian space, is proved.

The structure and volume of the thesis. The thesis consists of an introduction, two chapters, conclusion and a list of literature, which includes 83 titles. Volume of the thesis is 106 pages prepared by LaTeX .