Бо ҳуқуқи дастхат

Хокиев Дониёр Ҷалилович

Оиди тақсимшавии қиматҳои характери Дирихле дар пайдарпайиҳои ададҳои соддаи лағжонидашуда

01.01.06 – Мантиқи математикӣ, алгебра ва назарияи ададҳо

Автореферати

диссертатсия барои дарёфти дараҷаи илмии
номзади илмҳои физикаю математика

Душанбе – 2018

Кор дар Институти математикаи ба номи А.Ҷӯраеви
Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон таълиф шудааст.

Роҳбари илмӣ:	Раҳмонов Зарулло Ҳусенович, доктори илмҳои физикаю математика, академики АИ Ҷумҳурии Тоҷикистон, профессор, директори Институти математикаи ба номи А. Ҷӯраев
Муқарризони расмӣ:	Табаров Абдулло Ҳабибуллоевич, доктори илмҳои физикаю математика, Ректори донишгоҳи давлатии Кӯлоб ба номи А. Рӯдакӣ Мирзораҳимов Шералӣ Ҳусейнбоевич, номзади илмҳои физикаю математика, муаллими калони кафедраи таҳлили математикии Донишгоҳи давлатии Қурғонтеппа
Муассисаи пешбар:	Донишгоҳи миллии Тоҷикистон

Ҳимояи диссертатсия санаи 28-уми декабри соли 2018 соати 10:00 дар ҷаласаи Шӯрои диссертатсионии 6D.КОА-037 дар назди Институти математикаи ба номи А.Ҷӯраеви Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон аз рӯи нишонаи: 734063, ш. Душанбе, к. Айнӣ 299/4, баргузор мегардад.

Бо матни пурраи диссертатсия дар китобхонаи Институти математикаи ба номи А.Ҷӯраеви Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон ва сомонаи http://www.mitas.tj шинос шудан мумкин аст.

Автореферат санаи "___" ________ соли 2018 аз рӯи феҳристи пешниҳодгардида ирсол карда шудааст.

Котиби илмии Шӯрои диссертатсионии 6D.КОА-037,
номзади илмҳои физикаю математика Каримов О.Х.

Тавсифи умумии кор

Муҳиммияти мавзӯъ.

Усули баҳодиҳии суммаҳои тригонометрӣ бо ададҳои содда ба И.М. Виноградов имконият дод, ки як қатор муаммоҳои арифметикӣ бо ададҳои соддаро ҳал намояд. Яке аз ин муаммоҳо тақсимшавии қиматҳои характери ғайриасосӣ дар пайдарпайиҳои ададҳои соддаи лағжонидашуда мебошад. Соли 1938 И.М. Виноградов[1] исбот намуд, ки *агар q - адади соддаи тоқ, $(l,q)=1$, $\chi(a)$ - характери ғайриасосӣ аз рӯи модули q бошад, он гоҳ баҳои зерин ҷой дорад:*

$$T_1(\chi)=\sum_{p\le x}\chi(p-l)\ll x^{1+\varepsilon}\sqrt{\frac{1}{q}+\frac{q}{\sqrt[3]{x}}}.$$

Соли 1943 И.М. Виноградов[2,3] ин баҳоро аниқ муайян намуда, исбот намуд, ки

$$|T_1(\chi)|\ll x^{1+\varepsilon}\left(\sqrt{\frac{1}{q}+\frac{q}{x}}+x^{-\frac{1}{6}}\right) \qquad (1)$$

аст.

Ҳангоми $x\gg q^{1+\varepsilon}$ будан, ин баҳо ғайритривиалӣ мебошад ва аз инҷо *формулаи асимптотикӣ барои тафриқҳои квадратӣ (ғайриквадратӣ) аз рӯи* $\mod q$ *намуди $p-l$, $p\le x$* ҳосил мешавад.

Адад голдбахӣ номида мешавад, агар онро дар намуди суммаи ду адади соддаи тоқ тасвир намудан мумкин бошад. Масъала оид ба тақсимшавии ин гуна ададҳо дар прогрессияи арифметикии «кӯтоҳ» ҳангоми ҳал кардани муаммои бинарии Голдбах пайдо шуд. Аввалин натиҷаи шартии характерҳо ба Ю.В. Линник[4] тааллуқ дорад. Ӯ дар фарзияи гипотезаи васеи Риман нишон дод, ки нобаробарии

$$G(D,l)\le D\ln^6 D$$

дуруст аст, ки дар ин ҷо $G(D,l)$ – хурдтарин адади голдбахӣ дар прогрессияи арифметикии

$$Dk+l, \qquad k=0,1,2,\ldots$$

[1] Виноградов И.М. Распределение квадратичных вычетов и невычетов вида $p+k$ по простому модулю / И. М. Виноградов/ Математический сборник. 1938. Т. 3. №45. С. 311 – 320

[2] Виноградов И.М. Избранные труды // М.: Изд-во АН СССР. 1952.

[3] Виноградов И.М. Уточнение метода оценки сумм с простыми числами // Известия АН СССР. Серия математическая. 1943. Т. 7. С. 17 – 34.

[4] Линник Ю.В. Некоторые условные теоремы, касающиеся бинарной проблемы Гольдбаха // Изв. АН СССР. Сер. матем., 16:6 (1952),

мебошад.

Ин натиҷаро К. Прахар[5,6] ва Ю. Ванга[7] аниқтар намудаанд. Онҳо бо ҳамон шартҳои ҷойдошта исбот намуданд, ки

$$G(D,l) \leq D(\ln D)^{3+\varepsilon}.$$

М. Ютила[8] дар соли 1968 ин теоремаро қатъӣ исбот намуд. Ӯ баҳои (1) - ро истифода бурда, нишон дод, ки агар D - адади соддаи тоқ бошад, он гоҳ чунин формула дуруст аст:

$$G(D,l) \ll D^{\frac{11}{8}+\varepsilon}.$$

Баъдтар И.М. Виноградов[9,10] баҳои ғайритривиалии $T_1(\chi)$-ро ҳангоми $x \geq q^{0,75+\varepsilon}$ будан, ҳосил кард, ки дар ин ҷо q - адади содда аст. Ин натиҷа ғайричашмдошт буд. Чунки $T_1(\chi)$-ро мувофиқан дар намуди суммаи нулҳои L - функсияи Дирихле навиштан мумкин аст. Он гоҳ дар фарзияи дуруст будани гипотезаи васеи Риман баҳои ғайритривиалӣ барои $T_1(\chi)$ танҳо ҳангоми $x \geq q^{1+\varepsilon}$ будан ҳосил мешавад.

Чунин ба назар мерасад, ки натиҷаҳои гирифташуда ғайриимкон мебошанд. Соли 1971 Ю.В. Линник[11] дар ин бора чунин навиштааст: *Тадқиқоти И.М. Виноградов дар соҳаи асимптотикаҳои характерҳои Дирихле бисёр муҳим аст. Аллакай дар соли 1952 баҳои суммаи характерҳои Дирихле барои ададҳои соддаи лагжонидашудаи* $T_1(\chi)$ *гирифта шудааст, ки дараҷааш дар муқоиса аз* x *то* $x > q^{0,75+\varepsilon}$ *паст карда шудааст. Баҳои гирифташуда аз рӯи ин натиҷа аҳамияти муҳим дорад ва аз рӯи дараҷа беҳтар аз он аст, ки бевосита тадбиқи гипотезаи васеъкардашудаи Риманро медиҳад ва ба назар дар ин соҳа натиҷаи беҳтар аз гипотеза мебошад (агар гипотеза дуруст бошад). Ба наздикӣ ин баҳоро А.А.Каратсуба беҳтар намуд.*

[5] Prachar K. Uber die Anwendung einer Methode von Linnik // Acta Arith. 29(1976), 367 – 376.,

[6] Prachar K. Bemerkungen uber Primzahlen in kurzen Reihen. [Remarks on primes in short sequences] // Acta Arith. 44(1984), 175 – 180.

[7] Wang Yan On Linnik's method concerning the Goldbach number // Sci. Sinica, 20 (1977), 16 – 30

[8] Ютила M. On the least Goldbach's number in an arithmetical progression with a prime difference // Ann. Univ. Turku; Ser. A., I, 118 (1968).

[9] Виноградов И.М. Новый подход к оценке суммы значений $\chi(p+k)$ // Известия АН СССР. Серия математическая. 1952. Т. 16. С. 197 – 210.

[10] Виноградов И.М. Оценка одной суммы, распространенной на простые числа арифметической прогрессии // Известия АН СССР. Серия математическая. 1966. Т. 30. С. 481 – 496

[11] Линник Ю.В. Новейшие работы И.М. Виноградова // Труды Математического института имени В.А.Стеклова. 1973. Т. 132. С. 27 – 29.

Соли 1968 А.А. Каратсуба[12] методеро коркард намуд, ки ба ӯ имконият дод, баҳои ғайритривиалии суммаҳои кӯтоҳи характерҳоро дар майдонҳои охирноки дараҷаашон қайдкардашуда муайян намояд. Дар соли 1970 бо ёрии ин метод ва дар якҷоягӣ бо методи И.М. Виноградов ӯ тасдиқоти[13] навбатиро исбот намуд: *агар q - адади содда , $\chi(a)$ - характери ғайриасосӣ аз рӯи модули q, $x \geq q^{\frac{1}{2}+\varepsilon}$ бошад, он гоҳ чунин формула ҳосил мешавад:*

$$T_1(\chi) \ll xq^{-\frac{1}{1024}\varepsilon^2}.$$

А.А. Каратсуба[14] ин баҳоҳоро барои дарёфти формулаҳои асимптотикӣ барои миқдори тафриқҳои квадратӣ ва ғайриквадратии намуди $p+k$ ва миқдори ҳосили зарбҳои ададҳои соддаи лағжонидашудаи намуди $p(p'+k)$ дар прогрессияҳои арифметикии фарқашон афзоянда истифода бурдааст.

З.Ҳ. Раҳмонов[15,16,17] баҳои (1)-ро, ҳангоми адади таркибӣ будани модул, умумӣ гардонида, тасдиқоти зеринро исбот намудааст: *бигзор D – адади натуриалии кифоя калон, χ — характери ғайриасосӣ аз рӯи модули D, χ_q – характери примитивии тавлидшудаи характери χ, q_1 — ҳосили зарби ададҳои соддае, ки D-ро тақсим карда, аммо адади q-ро тақсим намекунад, бошад, он гоҳ формулаи зерин дуруст аст:*

$$T_1(\chi) \leq x \ln^5 x \left(\sqrt{\frac{1}{q} + \frac{q}{x}\tau^2(q_1)} + x^{-\frac{1}{6}}\tau(q_1) \right) \tau(q).$$

Ин баҳоро истифода бурда, З.Х. Раҳмонов[18] инчунин исбот намуд, ки барои адади натуриалии тоқи кифоя калони D чунин баҳо ҷой дорад:

$$G(D, I) \ll D^{c+\varepsilon},$$

---

[12] Карацуба А.А. Об оценках сумм характеров // Известия АН СССР. Серия математическая. 1970. Т. 34. С. 20 – 30.

[13] Карацуба А.А. Распределение произведений сдвинутых простых чисел в арифметических прогрессиях // Доклады АН СССР. 1970. Т. 192. № 4. С. 724 – 727.

[14] Карацуба А.А. Суммы характеров с простыми числами, принадлежащими арифметической прогрессии. // Известия АН СССР. Серия математическая. 1971. Т. 35. №3,

[15] Рахмонов З.Х. О распределении значений характеров Дирихле // Успехи математических наук. 1986. Т. 41. № 1. С. 201 – 202.

[16] Рахмонов З.Х. Об оценке суммы характеров с простыми числами // Доклады АН Таджикский ССР. 1986. Т. 29. № 1. С. 16 – 20.

[17] Рахмонов З.Х. О распределении значений характеров Дирихле и их приложения // Труды Математического института имени В. А. Стеклова. 1994. Т. 207. С. 286 – 296.

[18] Рахмонов З.Х. О наименьшем гольдбаховом числе в арифметической прогрессии // Известия АН Таджикский ССР. Отделение физико-математических и геолого-химических наук. 1986. № 2. С. 103 – 106.

ки дар ин ҷо ε – доимии кифоя хурди мусбат, c — сарҳади поёнии ададҳои a, ки барои баъзе доимиҳои $A > 2$,

$$\sum_{\chi \, mod \, D} N(\alpha, T, \chi) \ll (DT)^{2a(1-\alpha)} (\ln DT)^{A}$$

аст.

Аз «зичии» теоремаи М.Н. Хаксли[19] мебарояд, ки ҳангоми $A = 14$ будан, дар формулаи охирон

$$c \leq \frac{6}{5}$$

мебошад.

Соли 2010 Дж.Б. Фридландер, К. Гонг, И.Е. Шпарлинский[20] барои ададҳи таркибии q нишод доданд, ки баҳои ғайритривиалии суммаҳои $T_1(\chi_q)$, ҳангоми дарозии сумма x дар навбати худ аз q хурд будан, мавҷуд мебошад. Онҳо исбот намуданд, ки: *барои характери примитивии χ_q ва ихтиёрӣ $\varepsilon > 0$ чунин $\delta > 0$ мавҷуд аст, ки барои ҳамаи $x \geq q^{\frac{8}{9}+\varepsilon}$ баҳои зерин дуруст аст*

$$T_1(\chi_q) \ll xq^{-\delta}. \tag{2}$$

Соли 2013 З.Ҳ. Раҳмонов[21,22] исбот намуд, ки *агар q – адади натуриалии кифоя калон, χ_q – характери примитивӣ аз рӯи модули q, $(l, q) = 1$, ε – доимии кифоя хурди мусбат ва $x \geq q^{\frac{5}{6}+\varepsilon}$ бошад, он гоҳ баҳои зерин дуруст аст*

$$T_1(\chi_q) \ll x \exp\left(-\sqrt{\ln q}\right).$$

Соли 2017 Bryce Kerr[23] баҳои (2)-ро исбот намуд, яъне барои $T_1(\chi_q)$, ҳангоми $x \geq q^{\frac{5}{6}+o(1)}$ будан, ки дараҷааш хурдтар аст, формулаи асимптотикиро исбот намуд.

---

[19] Huxley N.N. On the difference between consecutive primes // Inventiones mathematical, June 1971, Volume 15, Issue 2, pp 164–170.

[20] Фридландер Дж.Б. , Гонг К., Шпарлинский И.Е. Суммы значений характеров на сдвинутых простых числах // Математические заметки. 2010. Т. 88. В. 4. С. 605 – 619.

[21] Рахмонов З.Х. О распределении значений характеров Дирихле в последовательности сдвинутых простых чисел // Доклады АН Республики Таджикистан. 2013. Т. 56. №1. С. 5 – 9.

[22] Рахмонов З.Х. Суммы характеров с простыми числами // Чебышевский сборник. 2014. Т. 15 . В. 2(50). С. 73 – 100.

[23] Bryce Kerr On certain exponential and character sums, PhD Thesis, UNSW, 2017

Соли 2017 З.Ҳ. Раҳмонов[24] чинин теоремаро исбот намуд: *бигзор D – адади натуриалии кифоя калон, χ — характери ғайриасосӣ аз рӯи модули D, χ_q – характери примитивӣ аз рӯи модули q, тавлидшудаи характери χ, q – адади аз куб озод, $(l, D) = 1$, ε – доимии кифоя хурди мусбат, он гоҳ ҳангоми $x \geq D^{\frac{1}{2}+\varepsilon}$ будан, формулаи зерин дуруст аст*

$$T_1(\chi) \ll x \exp\left(-0,6\sqrt{\ln D}\right).$$

Чӣ тавре, ки дар боло қайд карда будем, баҳои ғайритривиалии суммаҳои $T_1(\chi)$, ки дар ин ҷо χ - характери ғайриасосӣ аз рӯи модули D, D - адади содда, ба ҳалли масъалаҳо оид ба хурдтарин ададҳои голдбахӣ ва тақсимшавии ҳосили зарбҳои ададҳои соддаи лағжонидашуда дар прогрессияҳои арифметикии кӯтоҳ оварда мерасонад. Ҳангоми ҳалли чунин масъалаҳо барои модули таркибии D, дар қатори баҳоҳои ғайритривиалии суммаҳои $T_1(\chi)$ барои характерҳои примитивӣ, инчунин ҳамин гуна баҳоҳо барои характерҳои ихтиёрӣ низ зарур аст. Бинобар ин, табиист, ки мо масъаларо оид ба баҳои ғайритривиалии суммаҳои $T_1(\chi)$, ки χ – характери ғайриасосӣ аз рӯи модули D аст, дида бароем.

Муҳимият ва мақсаднокии рисолаи диссертатсионӣ бо он муайян карда мешавад, ки дар кор баҳои ғайритривиалии суммаҳои кӯтоҳи қиматҳои ихтиёрии характери ғайриасосии Дирихле бо модули таркибӣ дар пайдарпайии ададҳои соддаи лағжонидашуда исбот карда шудааст.

Мақсади кор.

Мақсади кор аз он иборат аст, ки баҳои ғайритрвиалии суммаи қиматҳои характерҳои ғайриасосии Дирихлеро аз рӯи модули таркибӣ дар пайдарпайиҳои ададҳои соддаи лағожонидашуда барои суммаҳои кӯтоҳ гирифта шавад.

Методҳои тадқиқот.

Дараҷаи эътимоднокии натиҷаҳои илмӣ дар рисолаи номзадӣ бо далелҳои қатъии математикӣ исбот карда шудааст, натиҷаҳои гирифташуда бо истифодаи усулҳои муосири назарияи аналитикии ададҳо, аз ҷумла:

- методи баҳодиҳии суммаҳои тригонометрии бо ададҳои соддаи И.М. Виноградов;

[24] Рахмонов З.Х. Об оценке суммы значений неглавных характеров в последовательности сдвинутых простых чисел // Доклады АН РТ. 2017. Т. 60. №9. С. 378-382.

- методи А.А. Карацуба оид ба баҳодиҳии суммаи $T(\chi_q)$ барои ададҳои соддаи q;
- методҳои З.Х. Рахмонов барои баҳои суммаи $T(\chi_q)$, ки дар ин ҷо χ_q — характери примитивӣ аз рӯи модули q (q — адади таркибӣ) аст,

исбот карда шудааст.

Навоварии илмӣ.

Натиҷаҳои асосии кори илмӣ нав буда, онҳо бо далелҳои муфассал асоснок карда шудаанд ва аз инҳо иборатанд:

- ҳангоми $y \geq q^{\frac{1}{3}+\varepsilon}$ будан, баҳои ғайритривиалии суммаҳои кӯтоҳи қиматҳои характерҳои примитивии Дирихле аз рӯи модули таркибии q дар пайдарпайиҳои ададҳои лағжонидашудаи дар прогрессияи арифметикии намуди

$$S_y(u,\eta,\nu) = \sum_{\substack{u-y<n\leq u\\ (n,q)=1,\, n\equiv\eta \pmod{\nu}}} \chi_q(n-\eta), \qquad (\eta\nu,q)=1$$

хобанда гирифта шудааст.

- ҳангоми $x \geq q^{\frac{5}{6}+\varepsilon}$ будан, баҳоҳои ғайритривиалии суммаҳои кӯтоҳи дукаратаи қиматҳои характерҳои примитивии Дирихле бо модули таркибии q аз ҳосили зарби лағжонидашудаи ду адади дар прогрессияҳои арифметикӣ хобанда, яъне суммаҳои намуди

$$W = \sum_{M<m\leq 2M} a_m \sum_{\substack{U<n\leq\min(xm^{-1},2N)\\ (mn,q)=1,\, mn\equiv l \pmod{\nu}}} b_n\chi_q(mn-l) \quad (l\nu,q)=1;$$

гирифта шудааст.

- баҳои ғайритривиалии суммаҳои кӯтоҳи қиматҳои характери ғайриасосии Дирихле дар пайдарпайиҳои ададҳои соддаи лағжонидашуда исбот карда шудааст.

Аҳамияти назариявӣ ва амалӣ.

Кор характери назариявӣ дошта, натиҷаҳо ва методҳои ба даст овардани онҳоро мутахассисон дар соҳаи назарияи аналитикии ададҳо истифода бурда метавонанд.

Тасвиби кор.

Натиҷаҳои асосии диссертатсия дар конференсияҳо ва семенарҳои зерин баррасӣ карда шудаанд:

- конференсияи байналхалқии илмии «Таҳлили математикӣ, муодилаҳои диффенренсиалӣ ва назарияи ададҳо», бахшида ба 75-солагии проффесор Т.С. Сабиров, Душанбе, 29-30 октябри 2015;
- XIV- ум конференсияи байналхалқии «Алгебра ва назарияи ададҳо: муаммоҳои муосир ва тадбиқи онҳо», бахшида ба 80-солагии мавлуди Г.И. Архипов ва С.М. Воронин, ш. Саратов. с. 2016;
- конференсияи байналхалқии илмии «Муодилаҳои диффенренсиалӣ, таҳлили математикӣ ва назарияи ададҳо», бахшида ба 25-солагии сессияи XVI-уми Шӯрои Олии Ҷумҳурии Тоҷикистон, ш. Қурғонтеппа, 27-28-уми октиябри соли 2017;
- конференсияи байналхалқии илмӣ, бахшида ба 90-солагии академики АИ ҶТ Михайлов Л.Г., ш. Душанбе, 27-28 феврали соли 2018;
- конференсияи байналхалқии илмии «Муаммоҳои муосири математикӣ ва тадбиқи онҳо». Филиали Донишгоҳи давлатии Москва ба номи М.В. Ломоносов, ш. Душанбе, 15-16 июни соли 2018;
- семинарҳои шӯъбаи алгебра, назарияи ададҳо ва топология (солҳои 2015 – 2018.) ва семинарҳои умумиинститутӣ (солҳои 2015 – 2018.) дар Институти математикаи ба номи А. Джураевӣ АИ Ҷумҳурии Тоҷикистон;
- семинари кафедраи алгебра ва назарияи ададҳои Донишгоҳи милли Тоҷикистон.

Интишорот.

Натиҷаҳои асосии диссертатсия аз ҳафт мақола иборат буда, номгӯи онҳо дар охири автореферат оварда шудаанд. Дар корҳои бо ҳаммуалифии З.Ҳ. Раҳмонов иҷрокардашуда, гузориши масъала ва интихоби методикаи исботи натиҷахои гирифташуда ба ҳаммуаллиф тааллуқ дорад.

Сохтор ва ҳаҷми кор.

Диссертатсия аз муқадима ва се боб, ки ба параграфҳо ҷудо шудааст, иборат аст. Ҳаҷми умумии кор 71 саҳифа буда, рӯйхати адабиёти илмӣ фарогири 53 номгӯй мебошад.

Муҳтавои мухтасари диссертатсия

Кори диссертатсионӣ аз муқаддима ва се боб иборат аст. Дар муқаддимаи кори диссертатсионӣ шарҳи мухтасари натиҷаҳо, ки ба мавзӯи диссертатсия дахл дорад ва формулироваи натиҷаҳои ба даст овардашуда дарҷ гардидааст.

Боби якум аз чор параграф иборат буда, ба баҳои ғайритривиалии суммаҳои кӯтоҳи қиматҳои характери примитивии Дирихле дар пайдарпайиҳои ададҳои лағжонидашудаи дар прогрессияи арифметикӣ хобанда бахшида шудааст. Дар параграфи якум гузориши масъала ва формулировкаи натиҷаҳои боби якум оварда шудааст.

Д.А. Берджесс[25,26] *барои характери ғайриасосии $\chi(n)$ аз рӯи модули q ва барои суммаи кӯтоҳи*

$$S_y(u)=\sum_{u-y<n\le u}\chi(n),$$

ки дар ин ҷо r - адади қайдкардашудаи мусбат мебошад, чунин баҳоро ҳосил намуд:

$$|S_y(u)|\ll y^{1-\frac{1}{r}}q^{\frac{r+1}{4r^2}+\varepsilon},$$

ки дар ин ҷо q - адади аз куб озод, ё $r=2$, ё $r=3$ аст.

Қайд манамоем, ки барои ҳамаи модулҳои таркибии q, ба истиснои модулҳои аз куб озод, баҳои Берджесс, ҳагоми $y\ge q^{\frac{1}{3}+\varepsilon}$ будан, ғайритривиалӣ аст. Барои модулҳои аз куб озод, ин баҳо, ҳангоми $y\ge q^{\frac{1}{4}+\varepsilon}$ будан, ғайритривиалӣ мебошад.

Ҳангоми омӯхтани қонуни тақсимшавии қиматҳои характерҳои примитивии χ_q дар пайдарпайиҳои ададҳои соддаи лағжонидашудаи намуди $p-l$, $(l,q)=1$, масъалаи пайдо кардани баҳои ғайритривиалии суммаҳои намуди зерин ба миён меояд

$$S_y(u,\eta)=\sum_{\substack{u-y<n\le u\\(n,q)=1}}\chi_q(n-\eta),\qquad (\eta,q)=1,$$

ки он *суммаи қиматҳои характери примитивии Дирихле дар пайдарпайии ададҳои лағжонидашуда* ном дорад. Агар q - адади содда бошад, он гоҳ

[25] Burgess D.A. On character sums and L – series // Proc. London Math. Soc. 1962, v. 12, № 3, pp. 193 – 206.
[26] Burgess D.A. The character sum estimate with $r=3$ // Proc. London Math. Soc. 1986, v. 2, № 33, pp. 219 – 226

омӯхтани суммаи $S_y(u,\eta)$ бо ёрии айнияти

$$S_y(u,\eta)=\sum_{u-y<n\le u}\chi_q(n-\eta)-\chi_q(-\eta)\sum_{x-y<nq\le x}1=$$
$$=S_y(u-\eta)-\chi_q(-\eta)\left(\frac{y}{q}-\left\{\frac{x}{q}\right\}+\left\{\frac{x-y}{q}\right\}\right)$$

ба суммаи $S_y(u-\eta)$ оварда мешавад. Дар ҳолати таркибӣ будани q баҳои ғайритривиии $S_y(u,\eta)$ – ро аввалин маротиба З.Ҳ. Раҳмонов[18] соли 1985 ҳосил намудааст. Баъдан баҳоҳои ғайритривиалӣ барои суммаҳои нисбатан кӯтоҳтари $S_y(u,\eta)$, ҳангоми $y\ge q^{\frac{1}{3}+\varepsilon}$ будан, дар корҳои М.Н. Хаксли[19] ва Дж.Б. Фридландер, К. Гонг, И.Е. Шпарлинский[20] гирифта шуданд.

Ҳангоми омӯзиши қонуни тақсимшавии қиматҳои характери ғайриасосии χ аз рӯи модули таркибии D, ки дар пайдарпайиҳои ададҳои соддаи лағжонидашудаи намуди $p-l$, $(l,D)=1$ примитивӣ нест, масъалаи гирифтани баҳои ғайритривиалии суммаҳои умумитари намуди

$$S_y(u,\eta,\nu)=\sum_{\substack{u-y<n\le u\\(n,q)=1,\,n\equiv\eta\,(\mathrm{mod}\,\nu)}}\chi_q(n-\eta),\qquad(\eta\nu,q)=1,$$

ба миён меояд, ки онҳоро *суммаҳои қиматҳои характери примитивии Дирихле дар пайдарпайии ададҳои лагжонидашудаи дар прогрессияи арифметикӣ хобанда* меноманд.

Агар q - адади содда бошад, он гоҳ омӯхтани суммаҳои $S_y(u,\eta,\nu)$ бо ёрии айнияти

$$S_y(u,\eta,\nu)=\chi_q(\nu)S_{\frac{y}{\nu}}(u-\eta)+\chi_q(-\eta)\left(\frac{y}{q\nu}+\left\{\frac{u}{q\nu}-\frac{\eta q_\nu^{-1}}{\nu}\right\}-\left\{\frac{u-y}{q\nu}-\frac{\eta q_\nu^{-1}}{\nu}\right\}\right)$$

ҳам ба омӯхтани суммаҳои $S_{\frac{y}{\nu}}(u-\eta)$ оварда мерасонад.

Дар ҳолати модулҳои таркибӣ барои суммаҳои $S_y(u,\eta,\nu)$, айнан ба монанди суммаҳои $S_y(u,\eta)$, ҳангоми $y\ge q^{\frac{1}{2}+\varepsilon}$ будан, аввалин баҳоҳои ғайритривиалиро З.Ҳ. Раҳмонов[18] гирифтааст ва соли 2017 З.Ҳ. Раҳмонов[27] барои модулҳои q - адади аз куб озод, баҳои ғайритривиалиро, ҳангоми

$$y\ge q^{\frac{1}{4}+\varepsilon}$$

будан, ҳосил намудааст.

[27] Рахмонов З.Х Суммы значений неглавных характеров по последовательности сдвинутых простых чисел // Труды Математического института имени В. А. Стеклова. 2017. Т. 299. С. 234 — 260.

Натиҷаи асосии боби якум аз теоремаи зерин оид ба баҳои ғайритривиалии суммаҳои кӯтоҳи қиматҳои характерҳои примитивии Дирихле дар пайдарпайиҳои ададҳои лағжонидашудаи дар прогрессияи арифметикӣ хобандаи $S_y(u,\eta,\nu)$, барои дилхоҳ модули q, иборат мебошад.

Теоремаи 1.1. *Бигзор $(\eta\nu,q)=1$, $y\geq q^{\frac13+\frac85\delta}$, $y\leq q$, $D^{\frac12}\leq q\leq D$ ва $\nu\leq\exp\sqrt{2\mathscr{L}}$ бошад, он гоҳ*

$$S_y(u,\eta,\nu)=\sum_{\substack{u-y<n\leq u\\ (n,q)=1,\, n\equiv\eta\,(\mathrm{mod}\ \nu)}}\chi_q(n-\eta)\ll\frac{y}{\nu}\exp\left(-0,7\sqrt{\mathscr{L}}\right).$$

Тасдиқоти асосиеро, ки барои исботи теоремаи 1.1 имкон медиҳад, леммаи 1.10. дар бар мегирад.

леммаи 1.10. *Бигзор M, N, d, k ва η ададҳои бутун ва шарти $(\eta,q)=(d,k)=1$ иҷро шавад ва*

$$S=\sum_{M-N<n\leq M}\chi_q(nd+\eta k)$$

бошад. Он гоҳ барои $N<q^{\frac{7}{12}}d^{-\frac12}$, $D^{\frac12}\leq q\leq D$ ва $d\leq\exp(\sqrt{2\mathscr{L}})$ баҳои зерин дуруст аст:

$$|S|\leq N^{\frac23}q^{\frac19+\frac{\delta}{2}}d^{\frac23}. \tag{3}$$

Исботи леммаи 1.10 бо методи А.А. Каратсуба[12] амалӣ карда мешавад, ки ин метод ба ӯ имконият дод, то баҳои ғайритривиалии суммаҳои кӯтоҳи характерҳоро дар майдонҳои охирноки дараҷаашон қайдкардашуда муайян кунад. Лаҳзаҳои асосӣ дар исботи леммаи 1.10 аз овардани баҳои модули суммаи S ба миқдори ҳалҳои муқоисаи аз чор тағйирёбанда вобаста ва татбиқи леммаи 1.9 оид ба баҳои миқдори ҳалҳои ин муқоиса иборат аст.

Ҳангоми омӯхтани қонуни тақсимшавии қиматҳои характерҳои ихтиёрии χ аз рӯи модули таркибии D дар пайдарпайиҳои ададҳои соддаи лағжонидашудаи намуди $p-l$, $(l,D)=1$, дар баробари масъалаи ёфтани баҳои ғайритривиалии суммаҳои намуди $S_y(u,\eta,\nu)$, яъне *суммаҳои қиматҳои характери примитивии Дирихле дар пайдарпайиҳои ададҳои лагожонидашудаи дар прогрессияи арифметикӣ хобанда,* ки дар боби якум тадқиқ карда шудааст, боз масъала оид ба ёфтани баҳои гайритривиалии суммаҳои дукаратаи $W=W_q(x,M,N,l,\nu)$-и намуди зерин ба миён меояд

$$W_q(x,M,N,l,\nu)=\sum_{\substack{M<m\le 2M\\(m,q)=1}} a_m \sum_{\substack{U<n\le\min(xm^{-1},2N)\\(n,q)=1,\,mn\equiv l\,(\mathrm{mod}\,\nu)}} b_n\chi_q(mn-l),\qquad (\nu l,q)=1,$$

ки дар инҷо a_m ва b_n функсияҳои аргументашон натуриалӣ, $|a_m|\le\tau^c(m)$ ва $|b_n|\le\tau^c(n)$, c – адади мусбати қайдкардашудаи на ҳама вақт якхела, χ_q - характери примитивӣ аз рӯи модули q мебошад. Суммаи $W_q(x,M,N,l,\nu)$ *-суммаи дукаратаи қиматҳои характери примитивии Дирихле аз ҳосили зарбҳои лагжонидашудаи ду адади дар прогресияи арифметики хобанда* номида мешавад.

Дар суммаи $W_q(x,M,N,l,\nu)$ умумиятро маҳдуд накарда, чунин ҳисоб мекунем, ки $N\le M$ мебошад. Қайд мекунем, ки агар дар масъалаи дидабаромадашаванда (*қонуни тақсимшавии киматҳои характерҳои дилхоҳи* χ *аз рӯи модули таркибии* D *дар пайдарпайии ададҳои соддаи лагжонидашудаи намуди* $p-l$, $(l,D)=1$) хакартери χ примитивӣ мебошад, яъне агар $\chi=\chi_q$ бошад, он гоҳ ба ҷойи $W_q(x,M,N,l,\nu)$ суммаи соддатари $W_q(x,M,N,l,1)=W_q(x,M,N,l)$-и намуди

$$W_q(x,M,N,l)=\sum_{\substack{M<m\le 2M\\(m,q)=1}} a_m \sum_{\substack{U<n\le\min(xm^{-1},2N)\\(n,q)=1}} b_n\chi_q(mn-l),\qquad (l,q)=1,$$

пайдо мешавад.

И.М. Виноградов[29], суммаи $W_q(x,M,N,l)$-ро барои ададҳои соддаи q омӯхта, нахуст баҳои ғайритривиалиро ҳангоми $x\ge q^{1+\varepsilon}$ будан, баъдан баҳои ғайритривиалии суммаҳои кӯтоҳи $W_q(x,M,N,l)$-ро ҳангоми $x\ge q^{0,75+\varepsilon}$ будан, гирифт. Баҳои ғайритривиалии аз ҳама беҳтарини $W_q(x,M,N,l)$-ро барои ададҳои соддаи q, ҳангоми $x\ge q^{0,5+\varepsilon}$ будан, А.А. Каратсуба[13] ёфтааст.

З.Ҳ. Раҳмонов[16,17] суммаи $W_q(x,M,N,l,\nu)$-ро барои адади таркибии q омӯхта, баҳои ғайритривиалиро ҳангоми $x\ge q^{1+\varepsilon}$ будан ёфтааст. Баҳои ғайритривиалии суммаи кӯтоҳи $W_q(x,M,N,l)$-ро барои адади таркибии q, ҳангоми $x\ge q^{\frac{8}{9}+\varepsilon}$ будан, соли 2010 Дж.Б. Фридландер, К. Гонг, И.Е. Шпарлинский[20] ҳосил намудаанд. З.Ҳ. Раҳмонов[27] барои адади таркибии q баҳои ғайритривиалии[21,22] $W_q(x,M,N,l)$-ро ҳангоми $x\ge q^{\frac{5}{6}+\varepsilon}$ будан исбот намуд ва соли 2017 ӯ барои модули q - адади аз куб озод, баҳои ғайритривиалии суммаи $W_q(x,M,N,l,\nu)$-ро ҳангоми $x\ge q^{\frac{1}{2}+\varepsilon}$ будан ёфтааст.

[29] Виноградов И.М. Особые варианты метода тригонометрических сумм /И. М. Виноградов // М.: Наука. 1976

Натиҷаҳои асосии боби дуюм аз теоремаҳои 2.1 ва 2.2 оид ба баҳои суммаҳои дукаратаи кӯтоҳи қиматҳои характери примитивии Дирихле аз ҳосили зарбҳои лағжонидашудаи ду ададҳои дар прогрессияи арифметикӣ хобанда иборат аст, яъне суммаҳои намуди $W_q(x,M,N,l,\nu)$.

ТЕОРЕМАИ 2.1 *Бигзор M, N, U - ададҳои бутун, $N\le U<2N$,*

$$W_q(x,M,N,l,\nu)=\sum_{\substack{M<m\le 2M\\ (m,q)=1}}a_m\sum_{\substack{U<n\le\min(xm^{-1},2N)\\ (n,q)=1,\, mn\equiv l\,(\mathrm{mod}\ \nu)}}b_n\chi_q(mn-l),\qquad (\nu l,q)=1,$$

a_m ва b_n функсияҳои аргументи натуриалӣ ва

$$\sum_{M<m\le 2M}|a_m|^\alpha\ll M\mathscr{L}^{c_\alpha},\quad \alpha=1,2;\qquad |b_n|\ll B.$$

Он гоҳ баҳои зерин ҷой дорад

$$|W_q(x,M,N,l,\nu)|\ll B\left(M^{\frac34}N^{\frac12}q^{\frac14}+M^{\frac34}Nq^{\frac18+\frac{\delta}{4}}\right)\mathscr{L}^{\frac{2c_1+c_2}{4}+1}.$$

Исботи теоремаи 2.1 бо инкишофи методи исботи леммаи 14-и кори З.Ҳ. Раҳмонов[22] ба роҳ монда шудааст, ки он дар навбати худ ба методҳои корҳои А.А. Каратсуба[12,13] ва баҳои Берджесс[25] такя мекунад.

ТЕОРЕМАИ 2.2 *Бигзор M, N, U — ададҳои бутун, $N\le U<2N\le q^{\frac16}$,*

$$W_q(x,M,N,l,\nu)=\sum_{\substack{M<m\le 2M\\ (m,q)=1}}a_m\sum_{\substack{U<n\le\min(xm^{-1},2N)\\ (n,q)=1,\, mn\equiv l\,(\mathrm{mod}\ \nu)}}b_n\chi_q(mn-l),\qquad (\nu l,q)=1,$$

a_m ва b_n функсияҳои аргументи натуриалӣ ва

$$\sum_{M<m\le 2M}|a_m|^\alpha\ll M\mathscr{L}^{c_\alpha},\quad \alpha=1,2;\qquad |b_n|\ll B.$$

Он гоҳ баҳои дуруст аст

$$|W_q(x,M,N,l,\nu)|\ll BM^{\frac56}N^{\frac12}q^{\frac16+\frac16\delta}\mathscr{L}^{\frac{4c_1+c_2+1}{6}}.$$

Исботи теоремаи 2.2 бо инкишофи методи исботи леммаи 15-и кори З. Ҳ. Раҳмонов[24], ба роҳ монда шудааст, ки он низ дар навбати худ ба методҳои корҳои А.А. Каратсуба[12,13] ва баҳои Берджесс[26] такя мекунад.

Натиҷаҳои теремаҳои 2.1 ва 2.2, дар ҳолати хусусӣ, ин баҳои ғайритривиалии суммаҳои дукаратаи $W_q(x,M,N,l,\nu)$ ҳангоми $x\ge q^{\frac56+\varepsilon}$ будан мебошад, ки иборат аст аз:

- сумма барои дарозии N, ки барои он нобаробарии зерин иҷро мешавад $q^{\frac{1}{6}} \le N \le q^{\frac{1}{3}}$ (натиҷаи 2.1.1);

- сумма барои дарозии N, ки барои он нобаробарии зерин иҷро мешавад $q^{\frac{1}{12}} \le N \le q^{\frac{1}{6}}$ (натиҷаи 2.2.1).

Натиҷаи 2.1.1. *Бигзор* M, N, U *- ададҳои бутун* , $N \le U < 2N$, $q^{\frac{1}{4}-\theta} \le N \le q^{\frac{1}{4}+\theta}$, $D^{\frac{1}{2}} \le q \le D$, $\nu \le \exp\sqrt{2\mathscr{L}}$,

$$W_q(x, M, N, l, \nu) = \sum_{\substack{M<m\le 2M\\(m,q)=1}} a_m \sum_{\substack{U<n\le\min(xm^{-1},2N)\\(n,q)=1,\, mn\equiv l \pmod{\nu}}} b_n\chi_q(mn-l), \qquad (\nu l, q) = 1,$$

a_m *ва* b_n *– функсияҳои аргументи натуриалӣ, ки* $|a_m| \le \tau_5(m)$, $|b_n| \le 1$. *Он гоҳ, ҳангоми* $x \ge q^{\frac{3}{4}+\theta+1,1\delta}$ *будан, баҳои зерин дуруст аст*

$$|W_q(x, M, N, l, \nu)| \ll \frac{x}{\nu}\exp\left(-0,7\sqrt{\mathscr{L}}\right).$$

натиҷаи 2.2.1. *Бигзор* M, N, U *— ададҳои бутун* , $N \le U < 2N$, $q^{\theta} \le N \le q^{\frac{1}{6}}$, $D^{\frac{1}{2}} \le q \le D$, $\nu \le \exp\sqrt{2\mathscr{L}}$,

$$W_q(x, M, N, l, \nu) = \sum_{\substack{M<m\le 2M\\(m,q)=1}} a_m \sum_{\substack{U<n\le\min(xm^{-1},2N)\\(n,q)=1,\, mn\equiv l \pmod{\nu}}} b_n\chi_q(mn-l), \qquad (\nu l, q) = 1,$$

a_m *ва* b_n *– функсияҳои аргументи натуриалӣ,ки* $|a_m| \le \tau_5(m)$, $|b_n| \le 1$. *Он гоҳ, ҳангоми* $x \ge q^{1-2\theta+1,1\delta}$ *будан, баҳои зерин дуруст аст*

$$|W_q(x, M, N, l, \nu)| \ll \frac{x}{\nu}\exp\left(-0,7\sqrt{\mathscr{L}}\right).$$

Дар боби сеюм, бо истифодаи натиҷаҳои бадастомадаи бобҳои қаблӣ, махсусан:

- теоремаи 1.1 оид ба баҳои ғайритривиалии суммаҳои кӯтоҳи қиматҳои характери примитивии Дирихле дар пайдарпайии ададҳои лағжонидашудаи дар прогресияи арифметикӣ хобанда;

- натиҷаҳои 2.1.1 ва 2.2.1-и теоремаҳои 2.1 ва 2.2 оид ба баҳои суммаҳои кӯтоҳи дукаратаи қиматҳои характери примитивии Дирихле аз ҳосили зарбҳои лағжонидашудаи ду адади дар прогресияи арифметикӣ хобанда, теоремаи 3.1-ро оид ба баҳои ғайритривиалии суммаҳои қиматҳои характери ғайриасосии Дирихле аз рӯи модули таркибӣ дар пайдарпайиҳои ададҳои соддаи лағжонидашуда исбот менамоем.

Теоремаи 3.1 *Бигзор D - адади натуралии кифоя калон, χ - характери ғайриасосӣ аз рӯи модули D, $(l,D)=1$, ε – адади доимии кифоя хурди мусбат бошад. Он гоҳ, ҳангоми $x \geq D^{\frac{5}{6}+\varepsilon}$ будан, баҳои зерин дуруст аст*

$$T(\chi)=\sum_{n\leq x}\Lambda(n)\chi(n-l)\ll x\exp\left(-0,6\sqrt{\ln D}\right),$$

ки дар ин ҷо доимӣ дар зери аломати $\ll$ танҳо аз ε вобаста аст.

Исботи теоремаи 3.1 бо истифодаи методи баҳоҳои суммаҳои бо ададҳои соддаи И.М. Виноградов, бо ҳамбастагӣ бо методҳои А.А. Каратсуба[13] оид ба баҳои суммаи «кӯтоҳи» $T(\chi_q)$ барои ададҳои соддаи q, методи З.Ҳ. Раҳмонов[33] оид ба баҳои суммаи «кӯтоҳи» $T(\chi_q)$ барои ададҳои таркибии q ба роҳ монда шудааст. Асоси онро, ки аллакай қайд карда будем, теоремаи 1.1-и боби якум ва теоремаҳои 2.1 ва 2.2-и боби дуюм ташкил мекунанд.

Дар охир, муаллиф миннатдории самимии худро ба роҳбари илмии худ, академики АИ ҶТ, доктори илмҳои физикаю математика, профессор Зарулло Ҳусенович Раҳмонов барои гузориши масъала ва ёрии қиматашон дар иҷрои рисола баён менамояд.

Интишороти муаллиф оид ба мавзӯи диссертатсия

Мақолаҳое, ки дар маҷаллаҳои тақризшавандаи КОА-и назди Президенти Ҷумҳурии Тоҷикистон нашр шудаанд:

1. Хокиев Д.Дж. Оценка коротких сумм значений характеров от специальной последовательности натуральных чисел [Текст] /Д.Дж. Хокиев // ДАН Республики Таджикистан. 2015. Т. 58. №12. С. 1065 – 1071.

2. Хокиев Д.Дж. Оценка короткой суммы значений характеров Дирихле по составном модулю на последовательности сдвинутых чисел [Текст] /Д.Дж. Хокиев // ДАН Республики Таджикистан. 2017. Т. 60. №1-2. С. 5 – 6.

3. Хокиев Д.Дж. Об оценке суммы характеров с простыми числами [Текст] /З.Х. Рахмонов, Д.Дж. Хокиев. // ДАН Республики Таджикистан.

2018. Т. 61. №1. С. 5 – 11 .

Дар дигар нашриҳо:

4. Хокиев Д.Дж. Оценка коротких сумм значений характеров от специальной последовательности натуральных чисел [Текст] /Д.Дж. Хокиев // Материалы международной научной конференции «Математический анализ, дифференциальные уравнения и теория чисел» посвященной 75-летию профессора Т.С. Сабирова, Душанбе, 29-30 октября 2015. С. 29 – 31.

5. Хокиев Д.Дж. Оценка короткой суммы значений характера Дирихле по составному модулю на последовательности сдвинутых чисел [Текст] /Д.Дж. Хокиев //Международная научная конференция, «Дифференциальные уравнения, математический анализ, и теория чисел», посвященная 25-летию XVI сессии Верховного совета Республики Таджикистан, 27-28 октября 2017 года в г. Курган-Тюбе, С. 149-154

6. Хокиев Д.Дж. Оценка короткой суммы значений характера Дирихле по составному модулю на последовательности сдвинутых чисел [Текст] /З.Х. Рахмонов, Д.Дж. Хокиев //Материалы международной научной конференции, посященной 90-летию Л.Г. Михайлова. г. Душанбе. 27-28 февраля 2018 г. С. 138-143

7. Хокиев Д. ДЖ.Короткие двойные суммы значений характеров Дирихле от сдвинутых произведений двух чисел [Текст] /Хокиев Д. ДЖ. // Материалы международной научной конференции Международная научная конференция, «Современные проблемы математики и её приложений» Филиал МГУ им. М.В. Ломоносова в г. Душанбе. Душанбе. 21-22 июня 2018 г. С. 116-120.

Шарҳи мухтасар

ба рисолаи диссертатсионии Хокиев Дониёр Ҷалилович дар мавзӯи «Оиди тақсимшавии қиматҳои характери Дирихле дар пайдарпайиҳои ададҳои соддаи лағжонидашуда» барои дарёфти дараҷаи илмии номзади илмҳои физика-математика аз рӯйи ихтисоси 01.01.06 – Мантиқи математикӣ, алгебра ва назарияи ададҳо

Калимаҳои калидӣ: характери Дирихле, ададҳои соддаи лағжонидашуда, суммаи кӯтоҳи характерҳо, суммаҳои тригонометрӣ бо ададҳои содда.

Мақсади кор: Мақсади кор аз он иборат аст, ки баҳои ғайритрвиалии суммаи қиматҳои характерҳои ғайриасосии Дирихлеро аз рӯи модули таркибӣ дар пайдарпайиҳои ададҳои соддаи лағожонидашуда барои сумммаҳои кӯтоҳ гирифта шавад.

Методҳои тадқиқот: Дараҷаи эътимоднокии натиҷаҳои илмӣ дар рисолаи номзадӣ бо далелҳои қатъии математикӣ исбот карда шудааст, натиҷаҳои гирифташуда бо истифодаи усулҳои муосири назарияи аналитикии ададҳо исбот карда шудааст.

Навовариҳои илмӣ: Натиҷаҳои асосии кори илмӣ нав буда, онҳо бо далелҳои муффасал тасдиқ карда шудаанд ва бо чунин корҳо ҷаъмбаст карда шудаанд:

- ҳангоми $y \geq q^{\frac{1}{3}+\varepsilon}$ будан баҳои ғайритривиалии суммаҳои кутоҳи қиматҳои характерҳои примитивии Дирихле аз рӯи модули таркибӣ q дар пайдарпайиҳои ададҳои лагжонидашудаи дар прогресияи арифметикӣ хобанда гирифта шудааст;
- ҳангоми $x \geq q^{\frac{5}{6}+\varepsilon}$ будан баҳои ғайритривиалии сумаҳои кӯтоҳи дукаратаи қиматҳои характерҳои примитивии Дирихле аз рӯи модули таркибӣ аз ҳосили зарбҳои ададҳои лағжонидашудаи дар прогресияхои араифметикӣ хобанда ҳосил карда шудааст;
- баҳои ғайритривиалии суммаҳои кӯтоҳи қиматҳои характери ғайриасосии Дирихле дар пайдарпайиҳои ададҳои соддаи лағжонидашуда исбот карда шудааст.

Аҳамияти назариявӣ ва амалӣ. Кори илмӣ моҳияти назариявӣ дорад. Натиҷаҳо ва усулҳои тадқиқотро мутахассисони назарияи аналитикии ададҳо истифода бурда метавонанд.

Аннотация

диссертации Хокиева Дониёра Джалиловича на тему "О распределении значений характеров Дирихле по составному модулю, в последовательности сдвинутых простых чисел"на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел

Ключевые слова: характер Дирихле, сдвинутые простые числа, короткая сумма характеров, тригонометрические суммы с простыми числами.

Объект иседования: Целью работы является получение нетривиальной оценки суммы значений неглавного характера Дирихле по составному модулю , в последовательности сдвинутых простых чисел, для возможно короткой суммы.

Методы исследования: Степень обоснованности научных результатов диссертации подтверждается строгими математическими доказательствами, полученными в результате применения современных методов аналитической теории чисел.

Научная новизна: Основные результаты диссертации являются новыми, они обоснованы подробными доказательствами и заключаются в следующем:

- при $y \geq q^{\frac{1}{3}+\varepsilon}$ найдена нетривиальная оценка коротких сумм значений примитивного характера Дирихле по составному модулю q в последовательности сдвинутых чисел, лежащих в арифметических прогрессиях;
- при $x \geq q^{\frac{5}{6}+\varepsilon}$ получены нетривиальные оценки коротких двойных сумм значений примитивного характера Дирихле по составному модулю q от сдвинутых произведений двух чисел, лежащих в арифметических прогрессиях;
- доказана нетривиальная оценка коротких сумм значений неглавного характера Дирихле в последовательности сдвинутых простых чисел.

Annotftion

Of the dissertation of Khokiev Doniyor Jalilovich on the theme "On the distribution of the values of Dirichlet characters with respect to the composite modulus, in the sequence of shifted primes"for sobtaining the degree of candidate of physical and mathematical sciences,specialty н 01.01.06 – Mathematical logic, algebra and numbers theory

Keywords: Dirichlet character, shifted prime number, short sums of characters, trigonometric sums over primes.

Object of study: The aim of the paper is to obtain a nontrivial estimate of the sum of the values of the nonprincipal Dirichlet character for a composite module, in a sequence of shifted primes, for a possibly short sum.

Methods of research: The of validity in the thesis of scientific results is confirmed by rigorous mathematical proofs obtained as a strict of applying modern methods of analytic theory numbers.

Scientific novelty: The main results of the thesis are new, they are based on detailed evidence and are as follows:

- at $y \geq q^{\frac{1}{3}+\varepsilon}$ a nontrivial estimate of the short sums of the values of the primitive Dirichlet character with respect to the composite modulus q in a sequence of shifted numbers lying in arithmetic progressions, is found;
- at $x \geq q^{\frac{5}{6}+\varepsilon}$ a nontrivial estimates of the short double sums of the values of the primitive Dirichlet character with respect to the composite modulus q from the shifted products of two numbers lying in arithmetic progressions are obtainned;

- We prove a nontrivial estimate of the short sums of the values of the primitive Dirichlet character in the sequence of shifted primes, is provet.

Theoretical and practical value: The work is of a theoretical nature. Its results and the methodology for obtaining them can be used by specialists in the field of analytic numbers theory.