

## Отзыв

официального оппонента на диссертацию **Комилова Окила Одиловича «Диассоциативные квазигруппы и их классификация»**, представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности **01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел**

**Актуальность темы диссертации.** Основным предметом исследования диссертационной работы О.О.Комилова является характеристика и классификация диассоциативных квазигрупп 4-го и 5-го порядков. Как известно, эти классы квазигрупп были введены ранее А.Х.Табаровым в связи с исследованием порядка элементов и обобщением идемпотентных элементов в линейных квазигруппах.

Квазигруппы имеют богатую историю применений в криптографии и одним из первых классических шифров, созданных на основе алгебраических структур, шифр Иогана Тритемия свидетельствует об этом. Неассоциативные алгебраические структуры считаются очень хорошим вариантом для криптографических целей, а конечные простые квазигруппы считаются наиболее подходящими из них.

Достаточно полные обзоры использования квазигрупп в криптографии приведены в работе М.М.Глухова, В.А. Щербакова, а также в работах В.А.Артамонова, что свидетельствует о растущем внимании к теме работы.

Актуальность и целесообразность диссертационной работы определяются тем, что в ней разработана классификация квазигрупп 4-го и 5-го порядков по основным тождествам, найден класс квазигрупп без подквазигрупп 4-го и 5-го порядков, классифицированы диассоциативные квазигруппы 4-го и 5-го порядков, охарактеризованы и найдены все квазигруппы данного класса и порядка. Также найдены все главноизотопные лупы и автотопии диассоциативных квазигрупп 5-го порядка степени 2. Решена задача В.Д.Белоусова для некоторых классов диассоциативных квазигрупп 5-го порядка.

**Структура и основные результаты диссертации.** Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения и списка цитированной литературы из 58 наименований. Полный объём диссертации составляет 93 страницы машинописного текста и набрана на редакторе LATEX. Во введении приведена краткая история по изученным задачам и изложено краткое содержание диссертации.

**Глава первая** состоит из трёх параграфов. В первом параграфе приводятся общие сведения и основные определения из теории квазигрупп и луп. Во втором параграфе рассматриваются понятия простоты квазигруппы, разрабатывается алгоритм и вычисляются квазигруппы без подквазигрупп малого порядка. В третьем параграфе приведены классификации квазигрупп малого порядка по основным тождествам, которые определены

В.Д.Белоусовым и разработан алгоритм для классификации квазигрупп порядка 4 и 5 по этим основным тождествам.

**Вторая глава** состоит из пяти параграфов. В этой главе исследуется класс диассоциативных квазигрупп 4-го и 5-го порядков. В первом параграфе получены количественные результаты, найдены все праводиассоциативные (леводиассоциативные) квазигруппы 4-го и 5-го порядков, и показаны примеры в виде таблиц Кэли конечной квазигруппы. Во втором параграфе охарактеризованы диассоциативные квазигруппы 4 и 5 порядков по степени  $k(1)$ , приведена теорема об идемпотентных диассоциативных квазигруппах и определения о почти идемпотентности квазигруппы, найдены все идемпотентные, унипотентные и почти идемпотентные диассоциативные квазигруппы порядка 5 степени 4, а также доказываются предложения 2.2.1 и 2.2.2 о выполнении тождества TS-квазигруппы. В третьем параграфе, проверяя наличие собственных нетривиальных подквазигрупп в диассоциативных квазигруппах 4-го и 5-го порядков, доказываются простота этих классов. В четвёртом параграфе рассматривается вопрос изотопических соотношений диассоциативных квазигрупп 5-го порядка степени 2 и 4, найдены все главноизотопные лупы и автотопии для некоторых классов диассоциативных квазигрупп, в том числе в предложении 2.4.1 показана, что каждой диассоциативной квазигруппе 5-го порядка степени 2 соответствует 5 автотопии вида  $\alpha, \beta, \gamma = \varepsilon$ . Пятый параграф посвящён решению одной из проблем В.Д.Белоусова, а именно об изотопии квазигруппы Стейна для классов диассоциативных квазигрупп 5-го порядка. Следует заметить, что в 2014 г. И.Флоря и Н.Дидурик доказали, что, если квазигруппа Стейна изотопна группе, то это группа абелева. В этом параграфе также найдены все изотопные лупы со всеми соответствующими подстановками для квазигруппы Стейна 5-го порядка, что является обобщением результатов вышеуказанных авторов.

**В третьей** главе приведены программы на языке C++ для построения квазигруппы в виде латинского квадрата чётного порядка, классификации квазигруппы 4-го и 5-го порядков по основным тождествам, нахождение и классификации диассоциативных квазигрупп 4-го и 5-го порядков, нахождение всех главноизотопных луп и автотопий для классов диассоциативных квазигрупп рассматриваемых в этой работе.

Эти программы построены на основе разработанного алгоритма, компьютерного анализа и результатов, полученных в первой и во второй главах диссертации. Пакет программ зарегистрирован автором в Министерстве культуры Республики Таджикистан и имеет сертификат, в соответствие с номером 107 от 20-го января 2021 года.

**Научная новизна.** Все основные результаты диссертации являются новыми, представляют теоретический и практический интерес и заключаются в следующем:

- классифицированы квазигруппы 4-го и 5-го порядков по основным тождествам и на предмет простоты;

- найдены все диассоциативные квазигруппы 4-го и 5-го порядков степени  $k(l)$  ;
- охарактеризованы диассоциативные квазигруппы 5-го порядка степени  $k(l) = 2$  и степени  $k(l) = 4$ ;
- найдены диассоциативные квазигруппы 5-го порядка степени  $k(l) = 4$  с дополнительным тождеством дистрибутивности;
- найдены диассоциативные квазигруппы 5-го порядка степени  $k(l) = 4$  с дополнительным тождеством Стейна;
- найдены все лупы, к которым главноизотопна каждая диассоциативная квазигруппа 5-го порядка степени  $k(l) = 2$  и 4;
- доказано, что диассоциативные квазигруппы 4-го и 5-го порядков являются квазигруппами без подквазигрупп;
- решена задача В.Д.Белоусова об изотопии квазигруппы Стейна для некоторых классов диассоциативных квазигрупп 5-го порядка;
- на языке программирования C++ разработана программы для построения латинских квадратов любого порядка  $n = p - 1$ , где  $p$  простое число, классификации квазигрупп 5-го порядка, классификации диассоциативных квазигрупп 4-го и 5-го порядков, нахождения главноизотопных луп диассоциативных квазигрупп 5-го порядка степени 2 и 4 и автотопии диассоциативных квазигрупп 5-го порядка степени 2.

**Теоретическая и практическая значимость полученных автором результатов.** Работа носит теоретический и практический характер. Полученные в ней результаты могут быть использованы в различных разделах общей теории групп, теории квазигрупп, неассоциативных алгебраических систем и также в криптографии. Материалы диссертации могут использоваться при чтении специальных курсов для студентов и магистров в высших учебных заведениях, обучающихся по специальности математика и информатика.

**Достоверность результатов** диссертационной работы обеспечивается строгими математическими доказательствами всех предложений и разработанными программами на языке программирования C++, приведённых в диссертации, а также подтверждается исследованиями других авторов.

**Апробация работы и публикации.** Основные результаты диссертационной работы получили положительные отзывы различных международных конференций и семинаров и опубликованы в 14 работах автора, список которых приведен в конце автореферата. Работы [1]-[3] опубликованы в журналах из перечня рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК при Президенте Республики Таджикистан и ВАК Министерства образования и науки РФ. Диссертация и автореферат имеют ясный и понятный научный язык. Содержание диссертации достаточно полно и подробно раскрывает постановку, методы и результаты

решения рассмотренных задач. Автореферат правильно отражает содержание диссертации. Оформление диссертации и автореферата соответствует требованиям.

**Замечания по содержанию и оформлению диссертации.** К недостаткам диссертации можно отнести несколько незначительных опечаток редакционного характера, например:

- ✓ стр. 5, строка 9 и стр.22, строка 14 повторяется упоминание шифра Тритимиуса;
- ✓ стр. 5, строка 5 приведено  $I_5$ , но нигде о нём не сказано (это указывает на количество квазигрупп 5-го порядка);
- ✓ стр.6, строка 11 вместо  $[y^l, x]$  должно быть  $\{y^l, x\}$ , как на стр.31 строке 7 диссертации,

которые не умаляют достоинства полученных в диссертации результатов и не могут существенно повлиять на её положительную оценку.

**Заключение по диссертации.** Диссертация написана автором самостоятельно, обладает внутренним единством, содержит новые научные результаты для теории квазигрупп, которые могут быть использованы при решении различных задач общей теории квазигрупп, неассоциативных алгебраических систем и криптографии.

Диссертационная работа Комилова Окила Одиловича «Диассоциативные квазигруппы и их классификация» на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук является научно-квалификационной работой, в которой содержатся решения задач, имеющих существенное значение для неассоциативных квазигрупп, и полностью удовлетворяет всем требованиям «Порядка присвоения учёных степеней и присуждения учёных званий» утвержденного Постановлением Правительства Республики Таджикистан от 26.11.2016 г., № 505, а её автор заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 — Математическая логика, алгебра и теории чисел.

**Официальный оппонент: Аллаков Исмаил,**

доктор физико–математических наук по специальности  
01.01.06 — Математическая логика, алгебра и теории чисел

профессор кафедры алгебры и геометрии

Термезский государственный университет

Адрес: 190111, г. Термез, ул. Ф.Ходжаева, 43,

тел.:+998905197576 , e-mail: [iallakov@mail.ru](mailto:iallakov@mail.ru)

*Исмаил*

*28.09.2021*



Подпись И.Аллакова удостоверяю

Начальник ОК и СЧ Термезского государственного университета

*[Handwritten signature]*