

Отзыв

официального оппонента на диссертацию **Комилова Окила Одиловича** «Диассоциативные квазигруппы и их классификация», представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности **01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел**

Актуальность темы диссертации. Основным предметом исследования диссертационной работы О.О.Комилова является характеристика и классификация диассоциативных квазигрупп 4-го и 5-го порядков. Как известно, эти классы квазигрупп были введены ранее А.Х.Табаровым в связи с исследованием порядка элементов и обобщением идемпотентных элементов в линейных квазигруппах.

Квазигруппы имеют богатую историю применений в криптографии и одним из первых классических шифров, созданных на основе алгебраических структур, шифр Иогана Тритемия свидетельствует об этом. Неассоциативные алгебраические структуры считаются очень хорошим вариантом для криптографических целей, а конечные простые квазигруппы считаются наиболее подходящими из них.

Достаточно полные обзоры использования квазигрупп в криптографии приведены в работе М.М.Глухова, В.А. Щербакова, а также в работах В.А.Артамонова, что свидетельствует о растущем внимании к теме работы.

Актуальность и целесообразность диссертационной работы определяются тем, что в ней разработана классификация квазигрупп 4-го и 5-го порядков по основным тождествам, найден класс квазигрупп без подквазигрупп 4-го и 5-го порядков, классифицированы диассоциативные квазигруппы 4-го и 5-го порядков, охарактеризованы и найдены все квазигруппы данного класса и порядка. Также найдены все главноизотопные лупы и автотопии диассоциативных квазигрупп 5-го порядка степени 2. Решена задача В.Д.Белоусова для некоторых классов диассоциативных квазигрупп 5-го порядка.

Структура и основные результаты диссертации. Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения и списка цитированной литературы из 58 наименований. Полный объём диссертации составляет 93 страницы машинописного текста и набрана на редакторе LATEX. Во введении приведена краткая история по изученным задачам и изложено краткое содержание диссертации.

Глава первая состоит из трёх параграфов. В первом параграфе приводятся общие сведения и основные определения из теории квазигрупп и луп. Во втором параграфе рассматриваются понятия простоты квазигруппы, разрабатывается алгоритм и вычисляются квазигруппы без подквазигрупп малого порядка. В третьем параграфе приведены классификации квазигрупп малого порядка по основным тождествам, которые определены

В.Д.Белоусовым и разработан алгоритм для классификации квазигрупп порядка 4 и 5 по этим основным тождествам.

Вторая глава состоит из пяти параграфов. В этой главе исследуется класс диассоциативных квазигрупп 4-го и 5-го порядков. В первом параграфе получены количественные результаты, найдены все праводиассоциативные (леводиассоциативные) квазигруппы 4-го и 5-го порядков, и показаны примеры в виде таблиц Кэли конечной квазигруппы. Во втором параграфе охарактеризованы диассоциативные квазигруппы 4 и 5 порядков по степени $k(1)$, приведена теорема об идемпотентных диассоциативных квазигруппах и определения о почти идемпотентности квазигруппы, найдены все идемпотентные, унипотентные и почти идемпотентные диассоциативные квазигруппы порядка 5 степени 4, а также доказываются предложения 2.2.1 и 2.2.2 о выполнении тождества TS-квазигруппы. В третьем параграфе, проверяя наличие собственных нетривиальных подквазигрупп в диассоциативных квазигруппах 4-го и 5-го порядков, доказывается простота этих классов. В четвёртом параграфе рассматривается вопрос изотопических соотношений диассоциативных квазигрупп 5-го порядка степени 2 и 4, найдены все главноизотопные лупы и автотопии для некоторых классов диассоциативных квазигрупп, в том числе в предложении 2.4.1 показана, что каждой диассоциативной квазигруппе 5-го порядка степени 2 соответствует 5 автотопии вида $\alpha, \beta, \gamma = \varepsilon$. Пятый параграф посвящён решению одной из проблем В.Д.Белоусова, а именно об изотопии квазигруппы Стейна для классов диассоциативных квазигрупп 5-го порядка. Следует заметить, что в 2014 г. И.Флоря и Н.Дидурик доказали, что, если квазигруппа Стейна изотопна группе, то это группа абелева. В этом параграфе также найдены все изотопные лупы со всеми соответствующими подстановками для квазигруппы Стейна 5-го порядка, что является обобщением результатов вышеуказанных авторов.

В третьей главе приведены программы на языке C++ для построения квазигруппы в виде латинского квадрата чётного порядка, классификации квазигруппы 4-го и 5-го порядков по основным тождествам, нахождение и классификации диассоциативных квазигрупп 4-го и 5-го порядков, нахождение всех главноизотопных луп и автотопий для классов диассоциативных квазигрупп рассматриваемых в этой работе.

Эти программы построены на основе разработанного алгоритма, компьютерного анализа и результатов, полученных в первой и во второй главах диссертации. Пакет программ зарегистрирован автором в Министерстве культуры Республики Таджикистан и имеет сертификат, в соответствие с номером 107 от 20-го января 2021 года.

Научная новизна. Все основные результаты диссертации являются новыми, представляют теоретический и практический интерес и заключаются в следующем:

- классифицированы квазигруппы 4-го и 5-го порядков по основным тождествам и на предмет простоты;

- найдены все диассоциативные квазигруппы 4-го и 5-го порядков степени $k(l)$;
- охарактеризованы диассоциативные квазигруппы 5-го порядка степени $k(l) = 2$ и степени $k(l) = 4$;
- найдены диассоциативные квазигруппы 5-го порядка степени $k(l) = 4$ с дополнительным тождеством дистрибутивности;
- найдены диассоциативные квазигруппы 5-го порядка степени $k(l) = 4$ с дополнительным тождеством Стейна;
- найдены все лупы, к которым главноизотопна каждая диассоциативная квазигруппа 5-го порядка степени $k(l) = 2$ и 4;
- доказано, что диассоциативные квазигруппы 4-го и 5-го порядков являются квазигруппами без подквазигрупп;
- решена задача В.Д.Белоусова об изотопии квазигруппы Стейна для некоторых классов диассоциативных квазигрупп 5-го порядка;
- на языке программирования C++ разработана программы для построения латинских квадратов любого порядка $n = p - 1$, где p простое число, классификации квазигрупп 5-го порядка, классификации диассоциативных квазигрупп 4-го и 5-го порядков, нахождения главноизотопных луп диассоциативных квазигрупп 5-го порядка степени 2 и 4 и автотопии диассоциативных квазигрупп 5-го порядка степени 2.

Теоретическая и практическая значимость полученных автором результатов. Работа носит теоретический и практический характер. Полученные в ней результаты могут быть использованы в различных разделах общей теории групп, теории квазигрупп, неассоциативных алгебраических систем и также в криптографии. Материалы диссертации могут использоваться при чтении специальных курсов для студентов и магистров в высших учебных заведениях, обучающихся по специальности математика и информатика.

Достоверность результатов диссертационной работы обеспечивается строгими математическими доказательствами всех предложений и разработанными программами на языке программирования C++, приведённых в диссертации, а также подтверждается исследованиями других авторов.

Апробация работы и публикации. Основные результаты диссертационной работы получили положительные отзывы различных международных конференций и семинаров и опубликованы в 14 работах автора, список которых приведен в конце автореферата. Работы [1]-[3] опубликованы в журналах из перечня рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК при Президенте Республики Таджикистан и ВАК Министерства образования и науки РФ. Диссертация и автореферат имеют ясный и понятный научный язык. Содержание диссертации достаточно полно и подробно раскрывает постановку, методы и результаты

решения рассмотренных задач. Автореферат правильно отражает содержание диссертации. Оформление диссертации и автореферата соответствует требованиям.

Замечания по содержанию и оформлению диссертации. К недостаткам диссертации можно отнести несколько незначительных опечаток редакционного характера, например:

- ✓ стр. 5, строка 9 и стр.22, строка 14 повторяется упоминание шифра Тритимиуса;
- ✓ стр. 5, строка 5 приведено I_5 , но нигде о нём не сказано (это указывает на количество квазигрупп 5-го порядка);
- ✓ стр.6, строка 11 вместо $[y^l, x]$ должно быть $\{y^l, x\}$, как на стр.31 строке 7 диссертации,

которые не умаляют достоинства полученных в диссертации результатов и не могут существенно повлиять на её положительную оценку.

Заключение по диссертации. Диссертация написана автором самостоятельно, обладает внутренним единством, содержит новые научные результаты для теории квазигрупп, которые могут быть использованы при решении различных задач общей теории квазигрупп, неассоциативных алгебраических систем и криптографии.

Диссертационная работа Комилова Окила Одиловича «Диассоциативные квазигруппы и их классификация» на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук является научно-квалификационной работой, в которой содержатся решения задач, имеющих существенное значение для неассоциативных квазигрупп, и полностью удовлетворяет всем требованиям «Порядка присвоения учёных степеней и присуждения учёных званий» утвержденного Постановлением Правительства Республики Таджикистан от 26.11.2016 г., № 505, а её автор заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 — Математическая логика, алгебра и теории чисел.

Официальный оппонент: Аллаков Исмаил,

доктор физико–математических наук по специальности
01.01.06 — Математическая логика, алгебра и теории чисел

профессор кафедры алгебры и геометрии

Термезский государственный университет

Адрес: 190111, г. Термез, ул. Ф.Ходжаева, 43,

тел.:+998905197576 , e-mail: iallakov@mail.ru

Исмаил
28.09.2021



Подпись И.Аллакова удостоверяю

Начальник ОК и СЧ Термезского государственного университета

Handwritten signature