

Отзыв научного руководителя
на диссертацию Нозирова Опокхона Окилхоновича
«Средние значения функций Чебышёва и их приложения»,
представленную на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук по специальности
01.01.06 — Математическая логика, алгебра и теория чисел

Диссертационная работа посвящена задачам аналитической теории чисел, и основным предметом исследования является изучение поведения средних значений функций Чебышёва по всем характерам Дирихле вида

$$t(x; q) = \sum_{\chi \bmod q} \max_{y \leq x} |\psi(y, \chi)|,$$

их приложений к оценке линейных тригонометрических сумм с простыми числами вида

$$S(\alpha, x) = \sum_{n \leq x} \Lambda(n) e(\alpha n).$$

и распределения чисел Харди-Литтлвуда, то есть числа которые разлагаются на сумму простого и степени натурального числа в коротких арифметических прогрессиях.

Эти задачи ранее были исследованы в работах Г. Харди, Д. Литтлвуда, И.М. Виноградова, Ю.В. Линника, Н.Г. Чудакова, А.А. Карацубы, Г. Монгомери, Р. Вона и З.Х. Рахмонова.

Диссертационная работа О.О. Нозирова состоит из введения, списка обозначений, трёх глав, перечня литературы. Во введении изложена краткая история исследуемых задач, а также приведены методы исследования, научная новизна, положения выносимые на защиту.

Основным результатом первой главы является теорема 1.1, в которой в сравнение ранее известных оценок получена более точная оценка вида

$$t(x; q) \ll x \mathcal{L}^{28} + x^{\frac{4}{5}} q^{\frac{1}{2}} \mathcal{L}^{31} + x^{\frac{1}{2}} q \mathcal{L}^{32}. \quad (1)$$

Следует, заметить лучшие оценки для $t(x; q)$ ранее принадлежали Г. Монгомери, Р. Вону и З.Х. Рахмонову.

Во второй главе воспользовавшись основным результатом первой главы то есть оценкой (1) для линейной тригонометрической суммы с простыми числами $S(\alpha, x)$, при $|\alpha - aq^{-1}| < q^{-2}$ и $(a, q) = 1$, найдена оценка

$$S(\alpha, x) \ll xq^{-\frac{1}{2}} \mathcal{L}^{33} + x^{\frac{4}{5}} \mathcal{L}^{32} + x^{\frac{1}{2}} q^{\frac{1}{2}} \mathcal{L}^{33}. \quad (2)$$

Нетривиальную оценку суммы $S(\alpha, x)$ воспользовавшись созданным своим методом оценок тригонометрических сумм впервые получил в 1937 г. И.М. Виноградов и решил тернарную проблему Гольдбаха. Затем нетривиальную оценку $S(\alpha, x)$, но более слабую аналитическими методами получили Ю.В. Линник, Н.Г. Чудаков, Г. Монгомери, Р. Вон. Оценка (2) доказательство которой проводится аналитическим методом является более сильным чем оценка И.М. Виноградова.

Г. Харди и Д. Литтлвуд сформулировали гипотезу о том, что все достаточно большие натуральные числа n разлагаются на сумму простого и степени натурального числа в виде $n = p + m^k$, $k \geq 2$ и такие числа называются числами Харди-Литтлвуда. Г. Бабаев опроверг эту гипотезу, а именно показал, что существует бесконечное число натуральных чисел, не являющихся числом Харди-Литтлвуда, из результата которого следует, что существуют l , $1 \leq l \leq q$, для которых выполняется неулучшаемое неравенство

$$H_k(q, l) > q, \quad k \geq 2,$$

где $H_k(q, l)$ — наименьшее число Харди-Литтлвуда вида $p + m^k$, лежащее в арифметической прогрессии $qt + l$, $t = 0, 1, 2, \dots, q - \text{целое}$.

Основным результатом третьей главы теорема об асимптотической формуле для количества чисел Харди-Литтлвуда вида $p + m^k$, лежащих в коротких арифметических прогрессиях, в которой получен новый остаточный член. Эта теорема также является обобщением асимптотической формулы на случай, когда разность прогрессии является степенью простого числа.

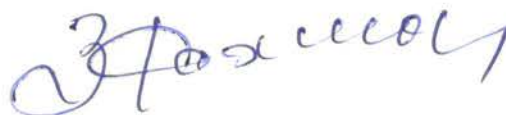
Полученные результаты являются уточнением известных результатов, которые ранее принадлежали И.М. Винорадову, Г. Монгмери, Р. Вон и З.Х. Рахмонову

Диссертация написана автором самостоятельно, обладает внутренним единством, содержит новые научные результаты для теории сумм характеров Дирихле которые могут быть использованы при решении некоторых задач аналитической теории чисел. Основные научные результаты диссертации опубликованы в 13 научных работах, 5 из которых опубликованы в изданиях из перечня ВАК при Президенте Республики Таджикистан

Диссертационная работа Нозирова Опокхона Окилхоновича «Средние значения функций Чебышёва и их приложения», на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук является научно-квалификационной работой, в которой содержатся решения задач, имеющих существенное значение для коротких тригонометрических сумм, и соответствует требованиям Положения о порядке присвоения учёных степеней и присуждения учёных званий ВАК при Президенте Республики Таджикистан, а её автор заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 — Математическая логика, алгебра и теория чисел.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук по специальности 01.01.06 — Математическая логика, алгебра и теория чисел, профессор, академик НАН Таджикистана, директор Института математики им.А.Джураева НАН Таджикистана, Рахмонов Зарулло Хусенович

1 декабря 2020 года



Адрес: 734063, Душанбе, ул. Айни, дом 299/4,
e-mail: zrahmonov@mail.ru

