

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию Рахмонова Бахтовара Абдуганиевича на тему «Вариационная задача Дирихле для вырождающихся эллиптических операторов, порождённых некоэрцитивными формами, во всем пространстве», представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Наряду с регулярными эллиптическими дифференциальными уравнениями, интенсивно изучаются вырождающиеся эллиптические дифференциальные уравнения. При этом применяются разные методы, которые учитывают, как поведение коэффициентов уравнения, так и структуру области задания этого уравнения. Один из таких методов основан на элементах теории весовых функциональных пространств (теоремы вложения, эквивалентные нормировки, прямые и обратные теоремы о следах, теоремы о плотности гладких функций и т.д.). Ранее этот метод применялся в работах С.М.Никольского, Л.Д.Кудрявцева, П.И.Лизоркина, Х.Трибелья, К.Х.Бойматова, Н.В.Мирошина, Б.Л.Байдельдинова, С.А.Исхокова и др. Этим же методом в диссертационной работе Б.А.Рахмонова исследуется однозначная разрешимость вариационной задачи Дирихле для эллиптических дифференциальных операторов высокого порядка во всём пространстве, коэффициенты которых имеют степенное вырождение на бесконечности.

В диссертации Б.А.Рахмонова усовершенствуется метод, разработанный К.Х.Бойматовым для исследования спектральных асимптотик и разрешимости граничных задач для вырождающихся эллиптических операторов, порождённых некоэрцитивными формами. Этот метод существенно опирается на ограниченность области определения коэффициентов исследуемого оператора, и он основан на конечном разбиении единицы. В отличие от этого, разработанный в диссертации Б.А.Рахмонова метод основан на специальном бесконечном разбиении единицы конечной кратности, которое построено в лемме 1.2.1 (см. стр. 23).

В процессе доказательства результатов К.Х.Бойматова по некоэрцитивным формам по ограниченной области использовалась теорема о компактности вложения основного функционального пространства в соответствующее лебегово пространство, вследствие чего имелись некоторые ограничения на параметр вырождения старших коэффициентов полуторалинейных форм. Основные результаты диссертации Б.А.Рахмонова установлены без привлечения подобных теорем о компактности вложения, благодаря чему сняты упомянутые выше ограничения на параметр вырождения старших коэффициентов.

Кратко остановимся на содержании диссертации Б.А.Рахмонова. Она состоит из введения, двух глав, заключения и списка литературы, содержащего 80 наименований. Во введении дается обзор результатов по теме исследования и излагаются основные результаты диссертации.

В первой главе изучается вариационная задача Дирихле для эллиптических операторов высокого порядка во всём пространстве, в случае согласованного вырождения коэффициентов на бесконечности. Исследуемые операторы связаны с полуторалинейными формами, которые могут не удовлетворять условию коэрцитивности. Основные результаты первой главы приведены в первом параграфе. Они сформулированы в виде теорем 1.1.1 и 1.1.2 (в автореферате теоремы 1 и 2), первая теорема об однозначной разрешимости вариационной задачи Дирихле, а вторая – о гладкости решений задачи в зависимости от гладкости коэффициентов эллиптического оператора и правой части дифференциального уравнения, при этом получены оценки решений. Вторым параграфом является вспомогательной, здесь собраны известные факты, используемые при доказательстве выше названных утверждений, а также собственный результат автора о специальном бесконечном разбиении единицы конечной кратности (лемма 1.2.1, в автореферате лемма 1). Третий параграф посвящен доказательству теоремы 1.1.1, а четвертый – доказательству теоремы 1.1.2.

Во второй главе диссертации исследуется случай несогласованного вырождения коэффициентов эллиптического оператора во всём пространстве. Основная форма эллиптического оператора представляется в

виде суммы конечного числа вспомогательных форм, среди них выделяются так называемые «старшие формы», и показывается, что только вырождения коэффициентов старших форм влияют на пространство решений вариационной задачи Дирихле. Так же, как в первой главе диссертации, здесь доказываются теоремы об однозначной разрешимости (теорема 2.1.1, в автореферате теорем 3) и гладкости решений задачи в зависимости от гладкости коэффициентов эллиптического оператора и правой части дифференциального уравнения (теорема 2.1.3, в автореферате теорема 5), содержащие также оценки решений.

Достоверность и новизна полученных результатов сомнений не вызывают, они обоснованы строгими математическими доказательствами и приведены в виде теорем, лемм и следствий.

Результаты диссертации могут быть использованы в научных и образовательных организациях, занимающихся проблемами теории граничных задач для уравнений с частными производными и теории нормированных пространств дифференцируемых функций многих вещественных переменных. Такие исследования проводятся в Математическом институте им. В.А.Стеклова РАН, Университете дружбы народов (Москва), Северо-Восточном федеральном университете им. М.К.Аммосова (Якутск), Воронежском госуниверситете, Евразийском национальном университете им. Л.Н.Гумилёва, Таджикском национальном университете, Российско-Таджикском (Славянском) университете, Бохтарском госуниверситете им. Н.Хусрава и других.

К недостаткам диссертации и автореферата следует отнести некоторые несущественные стилистические ошибки и опечатки. Например:

- а) в диссертации на стр. 27 в представлении функционала $l(v)$ вместо u должен быть u_0 ;
- б) в автореферате на стр. 3 (второй абзац, седьмая строка) слово броуновское написано неправильно;
- в) на стр. 14 автореферата (второй абзац сверху), в обозначении пространства функционалов в показателе отсутствует знак минус.

Эти недостатки ни в коем случае не влияют на общую высокую оценку диссертационной работы.

Автореферат должным образом отражает содержание диссертации.

Подводя итог, отметим, что рецензируемая диссертационная работа «Вариационная задача Дирихле для вырождающихся эллиптических операторов, порождённых некоэрцитивными формами, во всем пространстве», является законченным научным исследованием и соответствует всем требованиям «Порядка присвоения ученых степеней и присуждения ученых званий (доцента и профессора)» ВАК при Президенте Республики Таджикистан, предъявляемым к диссертациям на соискание учёной степени кандидата наук, а её автор, Рахмонов Бахтовар Абдуганиевич, заслуживает присуждения ему учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Официальный оппонент –
доктор физико-математических наук по
специальности 01.01.02 –
Дифференциальные уравнения,
динамические системы и оптимальное
управление, профессор кафедры
математических дисциплин и современного
естествознания Таджикского
государственного университета права, бизнеса и политики

Байзаев Саттор

Место работы:

735700, Республика Таджикистан, г. Худжанд, 17 мкр-н, д.1
Министерство образования и науки Республики Таджикистан,
Таджикский госуниверситет права, бизнеса и политики
Телефон: +992 (372) 2-38-11
Веб-сайт: <http://www.tsulbp.tj>
E-mail: tsulbp@rambler.ru

Подпись С. Байзаева заверяю

Начальник УК и СР



Саидов П.А.

20.09.2019