

## ОТЗЫВ

научного руководителя на диссертацию Шабозовой Адолат Альзамовны “Аппроксимация пространственных кривых и её приложения в теории квадратур“, представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01–Вещественный, комплексный и функциональный анализ

В диссертационной работе Шабозовой Адолат Альзамовны изучаются вопросы приближения кривых в пространстве  $\mathbb{R}^m$  линейными интерполяционными сплайнами (интерполяционными ломаными). При этом кривые задаются в параметрической форме, т.е. координаты точки  $\vec{x}$  на кривой  $\Gamma$  задаются в виде  $\vec{x}(t) = (\varphi_1(t), \dots, \varphi_m(t))$ , где  $\varphi_i, i = 1, \dots, m$ , есть непрерывные функции, определённые на отрезке  $[0, L]$ . Рассматриваются классы кривых  $\Gamma$ , координатные функции которых удовлетворяют некоторым условиям гладкости в терминах модулей непрерывности.

Аналогичные вопросы для приближения функций одной переменной интерполяционными ломаными ранее изучались В.Н.Малоземовым в  $C[a, b]$  и В.Ф.Сторчаем в  $L_p[a, b]$ ,  $1 \leq p < \infty$ . Задачи приближения параметрически заданных кривых в пространстве  $\mathbb{R}^m$  изучены намного меньше. При  $m = 2$  такую задачу изучал В.Т.Мартынюк. В диссертационной работе А.А.Шабозовой найдены точные оценки погрешности приближения параметрических кривых из  $\mathbb{R}^m$  интерполяционными линейными сплайнами на некоторых классах кривых, заданных в терминах модулей непрерывности.

Полученные результаты применяются к теории квадратурных формул. А именно, рассматривается задача С.М.Никольского об отыскании квадратурной формулы определённого вида, наилучшей на заданном классе функций. Для обычных определённых интегралов задачей отыскания оптимальных квадратурных формул занимались С.М.Никольский, А.Сард, Н.П.Корнейчуку, В.П.Моторный, А.А.Женсыкбаев, А.А.Лигун, Б.Боянов и многие другие.

В работе А.А.Шабозовой найдены оптимальные квадратурные формулы для криволинейных интегралов на некоторых классах функций и кривых, за-

данных в терминах модулей непрерывности. Вычислены точные оценки погрешности этих формул на указанных классах.

Диссертация А.А.Шабозовой состоит из введения, двух глав и списка литературы. Во введении описаны постановки задач и дан краткий исторический обзор известных результатов, приведены основные результаты диссертации и обоснована актуальность темы. В первой главе изучается приближение кривых в  $\mathbb{R}^m$  интерполяционными ломаными на классах  $H^{\omega_1, \dots, \omega_m}[0, L]$  и  $W^{(1)}H^{\omega_1, \dots, \omega_m}[0, L]$  в метриках, определённых на основе  $l_p$ -норм пространства  $\mathbb{R}^m$ , или же  $L_p$ -норм координатных функций,  $1 \leq p \leq \infty$ . Получен ряд точных оценок на классах функций  $H^{\omega_1, \dots, \omega_m}[0, L]$  и  $W^{(1)}H^{\omega_1, \dots, \omega_m}[0, L]$  и найдены оптимальные разбиения отрезка  $[0, L]$ , на которых достигается минимальная погрешность.

Во второй главе дается приложение результатов первой главы к нахождению точной оценки погрешности оптимальных квадратурных формул типа Маркова для обычных и криволинейных интегралов. Показано, что квадратурной формулой типа Маркова, оптимальной на определенных классах функций и кривых малой гладкости, является формула трапеций. Найдена точная оценка погрешности этой формулы на изучаемых классах.

Диссертация содержит обширный список литературы, который адекватно отражает современное состояние исследований в данной области.

В диссертации получены новые, интересные результаты в актуальной тематике теории приближения функций и кривых и теории квадратурных формул. Разработанные автором методы могут использоваться в решении других экстремальных задач на классах функций, кривых и поверхностей, определенных в терминах модулей непрерывности.

Результаты диссертации опубликованы в ряде статей в серьёзных российских научных журналах, таких, как Труды ИММ УРО РАН и Вестник СПбГУ, в Известиях и Докладах Академии Наук РТ и в трудах нескольких конференций.

А.А.Шабозова в 2017-2018 академическом году являлась стипендиатом DAAD — Немецкого Агентства по Академическому Обмену (программа Леонарда Эйлера, проект № 57376637). Во время двухмесячного пребывания в

Университете Гиссен (Германия) А.А.Шабозова работала над задачей о приближении пространственных кривых интерполяционными ломаными в различных метриках, определенных на основе  $l_p$ -норм пространства  $\mathbb{R}^m$  с различными значениями  $p$ , а также в метриках, определенных с помощью  $L_p$ -норм координатных функций. Удалось сделать существенный шаг в понимании роли различных вариантов определения метрик в рассматриваемых экстремальных задачах.

Диссертация Шабозовой Адолат Аъзамовны на соискание ученої степени кандидата физико-математических наук является научно-квалификационной работой, в которой содержатся решения интересных задач теории приближения функций и теории квадратурных формул, и полностью соответствует требованиям Положения о присуждении ученых степеней ВАК РТ при Президенте Республики Таджикистан, а её автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 — Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Научный руководитель,  
доктор физико-математических наук,  
профессор математики  
Университета Гиссен (Германия) *E. Berdysheva* Е.Е.Бердышева

MATHEMATISCHES INSTITUT  
JUSTUS - LIEBIG - UNIVERSITÄT  
ARNDTSTR. 2  
35392 GIESSEN