

«У Т В Е Р Ж Д А Ю»

Ректор Таджикского государственного педагогического университета

им. С. Айни

Н.У. Гаффори

« 23 » 01 2020 г.



## О Т З Ы В

оппонирующей организации на диссертационную работу  
Шабозовой Адолат Аъзамовны на тему  
«Аппроксимация пространственных кривых и её приложения в  
теории квадратур», представленную на соискание  
учёной степени кандидата физико-математических наук по  
специальности 01.01.01 — вещественный, комплексный и  
функциональный анализ

Теория приближения функций как одна из бурно развивающихся областей современной математики заключается в замене сложной функции линейными комбинациями функций более простой структуры. При этом в обязательном порядке на приближаемый объект накладываются условия гладкости, поскольку отклонение в выбранной метрике сложного объекта от простого должно быть сколь угодно малым, а этого без условия гладкости добиться нельзя. Тем самым возникает экстремальная задача минимизации по всем входящим в погрешности функциональным и числовым параметрам. Актуальность задач теории аппроксимации неуклонно возрастает в связи с развитием компьютерных технологий. Качество приближения оценивается двумя характеристиками — это наилучшее приближение конкретной функции заданными средствами замены как конструктивная характеристика и сам закон изменения функции в форме модуля непрерывности как структурная характеристика. Связи между этими характеристиками называются прямыми и обратными теоремами теории приближений. Эти теоремы для явно задавае-

мых функций достаточно хорошо изучены. Однако для аппроксимации кривых и поверхностей они находятся на стадии обработки. Этим объясняется актуальность выбора темы данной диссертационной работы, поскольку работа посвящена этому кругу задач в самой сложной постановке — экстремальной. В подавляющем большинстве случаев в инженерных задачах возникает задача описания их форм, вычисления ограниченных ими площадей фигур сложного вида. Получающиеся при этом кривые и поверхности имеют сложный вид и появляется необходимость их математического описания более простыми функциями, а значит приходится решать экстремальные задачи согласно выбранному критерию оптимальности, а это приводит к отысканию точной верхней грани погрешности приближения на заданных классах кривых и поверхностях. В этом направлении исследований известно очень мало окончательных результатов. Можно лишь указать на некоторые точные результаты, полученные Н.П.Корнейчуком, В.Т.Мартынюком, Н.А.Назаренко, С.Б.Вакарчуком, В.А.Скороспеловым и Ф.М.Мирпоччоевым.

Диссертация состоит из введения, двух глав, списка использованной литературы из 45 наименований и имеет объем 75 страниц машинописного текста, набранного на  $\text{\LaTeX}$ .

В первой главе диссертации рассматривается вопрос о точной оценке погрешности приближения пространственных кривых  $\Gamma \subset \mathbb{R}^m$  ( $m \in \mathbb{N}$ ,  $m \geq 3$ ) вписанными в них интерполяционными сплайнами первого порядка (ломаными) в  $l_p$  ( $1 \leq p \leq \infty$ )-метриках различных пространств, в том числе Евклидова, Хэммингова, Минковского и в соответствующей им хаусдорфовой метрике.

В первом параграфе первой главы приводится определение классов функций и кривых, рассматриваемых в дальнейшем. При изложении некоторых результатов исследования мы придерживаемся обозначений, принятых в диссертации. Отметим, что в качестве аппарата приближения в первой главе во всех параграфах используются интерполяционные линейные сплайны по произвольному разбиению  $\Delta_N$  отрезка  $[0, L]$ , в которых координатные функции рассматриваемых кривых пересекаются. При этом предполагается, что кривые  $\Gamma, G \in H^{\omega_1, \dots, \omega_m}[0, L]$  либо кривые  $\Gamma, G \in W^{(1)}H^{\omega_1, \dots, \omega_m}[0, L]$ . Точные результаты, полученные во втором параграфе в теоремах 1.2.1 – 1.2.3 и в

их следствиях 1.2.1 – 1.2.3, содержат в себе в качестве следствия результаты В.Т.Мартынюка, С.Б.Вакарчука, Н.А.Назаренко в плоском случае  $m = 2$ .

В третьем параграфе первой главы в разных метриках решается задача полигонального приближения кривых, то есть решается экстремальная задача приближения производных координатных функций кривых соответствующими производной интерполяционными ломаными для класса кривых  $W^{(1)}H^{\omega_1, \dots, \omega_m}[0, L]$ . Для функций одной переменной, заданной в явном виде, аналогичная задача была решена В.Н.Малоземовым.

В четвертом параграфе этой главы изучается экстремальная задача отыскания точных значений оценки погрешности приближения классов кривых, лежащих в евклидовом пространстве вписанными в них ломаными в метрике  $L_p$  ( $1 \leq p \leq \infty$ ). Эта задача, даже в простом плоском случае, ранее никем из перечисленных ученых в этой области не рассматривалась. В качестве иллюстрации приводим один из основных результатов четвертого параграфа.

**Теорема 1.4.1.** *Какими бы ни были модули непрерывности  $\omega_i(t)$  ( $i = \overline{1, m}$ ;  $0 \leq t \leq L$ ), при всех  $1 \leq p \leq \infty$  имеют место равенства*

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_N(H^{\omega_1, \dots, \omega_m}[0, L])_p &:= \inf_{\Delta_N} \mathcal{E}_N(H^{\omega_1, \dots, \omega_m}[0, L], \Delta_N)_p = \\ &= \mathcal{E}_N(H^{\omega_1, \dots, \omega_m}[0, L], \Delta_N^0)_p = 2 \left\{ 2N \sum_{i=1}^m \int_0^{L/(2N)} \omega_i^p(t) dt \right\}^{1/p}, \quad 1 \leq p \leq \infty, \end{aligned}$$

где  $\Delta_N$  — произвольное разбиение отрезка  $[0, L]$ , а  $\Delta_N^0 := \{kL/N : k = \overline{0, N}\}$ .

Доказано, что для соответствующей метрики Хаусдорфа полученная оценка погрешности на классе кривых  $H^{\omega_1, \dots, \omega_m}[0, L]$  вдвое меньше.

В заключительном пятом параграфе утверждается, что при приближении кривых в различных метриках  $L_p$  ( $1 \leq p \leq \infty$ ) все нормы эквивалентны и отличаются друг от друга только лишь постоянными множителями.

Во второй главе диссертации рассматривается задача отыскания точной оценки погрешности приближенного вычисления криволинейных интегралов первого рода на классах функций и кривых (в первом и втором параграфах). При получении основных результатов первого и второго параграфа второй

главы применяются точные результаты из теорем 1.2.1 – 1.2.3 о приближении кривых из первой главы диссертации.

В третьем параграфе рассматривается задача отыскания наилучшей квадратурной формулы в смысле С.М.Никольского для квадратурной формулы типа Маркова на классах функций  $H^\omega[a, b]$ ,  $H_{2-\alpha}^\omega[a, b]$  ( $0 \leq \alpha \leq 1$ ), задаваемых модулями непрерывности и модулями гладкости. Основным результатом третьего параграфа второй главы заключается в том, что среди всевозможных квадратурных формул типа Маркова на классах  $H^\omega[a, b]$ ,  $H_{2-\alpha}^\omega[a, b]$  ( $0 \leq \alpha \leq 1$ ) наилучшей является классическая формула трапеций и найдена её точная оценка погрешности на этих классах функций.

По диссертационной работе есть замечания.

1. В третьем параграфе при отыскании наилучшей квадратурной формулы типа Маркова для класса  $H^\omega[a, b]$  нужно было отметить, что для обычных квадратурных формул, когда концы отрезка не включены в число узлов, наилучшая квадратурная формула для этого класса найдена Н.П.Корнейчуком.

2. Во всех теоремах первой главы необязательно было выделять результат при  $p = \infty$ , вытекающий из основного результата.

Но эти замечания никак не влияют на общую положительную оценку и ценность полученных результатов.

Оценивая новизну и значимость полученных результатов в целом, следует отметить, что все доказанные теоремы носят окончательный характер и приведенные результаты являются новыми, либо являются существенным обобщением ранее известных результатов. Доказательства теорем корректны и их достоверность не вызывает сомнения.

Диссертация хорошо оформлена, легко читается. Основные результаты диссертации опубликованы в 11 научных статьях. Автореферат полностью соответствует содержанию диссертации.

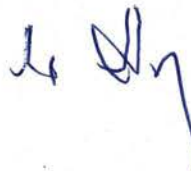
Всё сказанное выше даёт основание считать, что диссертационная работа А.А.Шабозовой «Аппроксимация пространственных кривых и её приложения в теории квадратур» удовлетворяет всем требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней» ВАК при Президенте Республики Таджикистан, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, а её автор Шабозова Адолат Аъзамовна заслу-

живает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Отзыв составил профессор кафедры математического анализа, доктор физико-математических наук по специальности 01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ, Азизов Музафар.

Отзыв обсуждён и утверждён на заседании кафедры математического анализа математического факультета Таджикского государственного педагогического университета им. С. Айни (протокол №6 от 23.01.2020 г.).

Председатель заседания, доктор физико-математических наук по специальности 01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ



М. Азизов

Заведующая кафедрой математического анализа, кандидат физико-математических наук по специальности 01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ



М.Б. Холикова

Секретарь заседания, кандидат физико-математических наук по специальности 01.01.02 — дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление



М.И. Олимов

Адрес: 734003, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 121,

Веб-сайт: [www.tgpu.tj](http://www.tgpu.tj)

E-mail: [azam.ap27@mail.ru](mailto:azam.ap27@mail.ru)

Тел: (+992 37) 2241682; 2241383; 2241230,

Факс: (+992 37) 2241682

Подписи М.Азизова, М.Б.Холиковой и М.И.Олимова подтверждаю.

Начальник УК и ОД ТГПУ им. С. Айни  Д. Назаров

