

## ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу Шабозовой Адолат Аъзамовны «Аппроксимация пространственных кривых и её приложения в теории квадратур», представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ.

При исследовании инженерных задач, связанных с механикой деформируемого тела, технической механикой, механикой грунтов и многих других технических проблем, возникает задача описания их форм, вычисления ограниченных ими объемов и площадей. Получающиеся при этом кривые и поверхности имеют достаточно сложный вид и потому появляется необходимость их замены более простыми кривыми таким образом, чтобы разница в замене была минимальной, то есть появляется необходимость их математического описания более простыми функциями. Параллельно возникает необходимость в вычислении интегралов по этим кривым и поверхностям. Таким образом, в связи с заменой приходится решать экстремальные задачи вычисления верхней грани погрешности приближения кривых линейными комбинациями более простых функций на различных классах кривых и поверхностей, задаваемых модулями гладкости координатных функций.

Несмотря на полученный ряд окончательных результатов по приближению кривых и поверхностей, полученных Н.П.Корнейчуком, Бл.Сендовым, В.Т.Мартынюком, В.А.Скороспеловым, Н.А.Назаренко, С.Б.Вакарчуком, М.Ш.Шабозовым и другими, большое количество оптимизационных и экстремальных задач, связанных с приближением кривых и поверхностей, а также с приближенным вычислением криволинейных интегралов до сих пор остается нерешенным. Также недостаточно изучены конструктивные и структурные свойства кривых и поверхностей и задач, связанных с приближенным представлением кривых в метрике  $L_p$  ( $1 \leq p \leq \infty$ ) и возникающем при этом отыскании точной верхней грани погрешности приближения на заданных классах кривых.

Поэтому рассмотренные в диссертационной работе Шабозовой А.А. задачи, связанные с оптимизацией погрешности приближения кривых (глава I) и отысканием оптимальных квадратурных формул приближенного вычисления криволинейных интегралов первого типа на некоторых классах функций и кривых (глава II) являются несомненно актуальными.

Диссертация состоит из введения, двух глав, списка цитированной литературы из 49 наименований и имеет объем 75 страниц машинного текста, набранного на  $\text{\LaTeX}$ .

В первой главе диссертационной работы решены экстремальные задачи отыскания точных верхних граней погрешности приближения параметрически заданных кривых из  $R^m$  ( $m \geq 3$ ), вписанных в них интерполяционными ломанными (линейными сплайнами) по произвольным узлам разбиения отрезка  $[0, L]$  ( $L$  — длина кривой) в различных метриках Минковского, хэмминга, евклидова и Хаусдорфа в  $L_p$  ( $1 \leq p \leq \infty$ ). При этом классы функций и кривых задаются модулями непрерывности.

Следует отметить, что в случае метрики  $C[0, L]$  некоторые неточные и асимптотически точные оценки получены в известных монографиях Бл.Сендова «Хаусдорфовые приближения» (Из-во Болгарской АН, 1989 г., 372 с.) и Ю.С.Завялова, Б.И.Квасова, В.Л.Мирошниченко «Методы сплайн-функций» (Москва, 1980 г.).

Полученные в параграфах 1.2 — 1.5 результаты о точных верхних гранях погрешности приближения параметрически заданных кривых из  $R^m$  ( $m \geq 3$ ), вписанными в них интерполяционными ломанными на классах кривых  $H^{\omega_1, \dots, \omega_m}[0, L]$  и  $W^{(1)}H^{\omega_1, \dots, \omega_m}[0, L]$ , являются окончательными (теоремы 1.2.1 — 1.2.3, следствия 1.2.1 — 1.2.2, теорема 1.3.1, следствие 1.3.1, теорема 1.4.1, следствие 1.4.1, теорема 1.4.2, следствие 1.4.2).

Отметим, что доказанные теоремы 1.2.1 — 1.2.3 являются своеобразным обобщением результата В.Н.Малоземова о приближении непрерывных функций интерполяционными ломаными на случай приближения пространственных кривых вписанными в них интерполяционными ломанными (линейными сплайнами) из  $R^m$  в метрике  $L_p[0, L]$  ( $1 \leq p \leq \infty$ ). Допустимая погрешность оценивается, как в хаусдорфовой, так и в других метриках.

Во второй главе диссертации точные результаты об аппроксимации кривых на классах функций, полученные в первой главе, применяются к задаче приближенного вычисления криволинейных интегралов первого рода. Найдены точные оценки погрешности различных квадратурных формул на классах функций и кривых, задаваемых модулями непрерывности (теорема 2.1.1, следствие 2.1.1, теорема 2.1.2, следствие 2.1.2, теорема 2.2.1). В завершающем третьем параграфе второй главы решается экстремальная задача отыскания наилучшей квадратурной формулы типа Маркова для обычных определенных интегралов для класса  $H^\omega[a, b]$ . Доказывается, что для этого класса наилучшей квадратурной формулой типа Маркова является классическая формула трапеции. Этот результат обобщается на более широких классах функций.

Хочется отметить, что диссертационная работа грамотно оформлена и легко читается.

Однако по диссертационной работе имеется ряд замечаний:

1) Существуют некоторые неточности редакционного характера. Например, на стр. 10, третья строка снизу речь идет об обобщении равенств (1.1.2) – (1.1.5). Вместо равенство (1.1.5) должно быть равенство (1.1.4);

2) известно, что согласно теоремы Жордана, для спрямляемости кривой заданной параметрическими уравнениями, необходимо и достаточно, чтобы все функции имели ограниченное изменение в заданном промежутке. Однако, это условие в диссертации не упоминается;

3) на странице 45 в квадратурной формуле прямоугольников (формула (2.1.7)) параметрические функции зависят от  $n$  и  $N$ . Наверное, все функции зависят только от  $N$ ;

4) в параграфе 1.5 сравниваются различные метрики в  $L_p$  ( $1 \leq p \leq \infty$ ), но не говорится о том, какая из них является предпочтительнее;

5) во всех теоремах 1.2.1 – 1.4.2 выделяется случай  $p = \infty$ . Нам кажется, что это излишне, поскольку он вытекает из результата для  $1 \leq p < \infty$  как предельный случай при  $p \rightarrow \infty$ .

Приведенные замечания никак не влияют на общую высокую ценность результатов диссертационной работы и сделанные автором выводы являются

правильными и обоснованными. Основные результаты диссертации являются новыми, получены персонально автором и в полном объеме изложены в научных журналах по специальности. Автореферат правильно отражает содержание и основные положения диссертации. Полученные в диссертации результаты, а также использованные в ней методы могут быть применены при изучении важных вопросов, связанных с приближенным представлением поверхностей и вычислении поверхностных интегралов.

Считаю, что диссертационная работа Шабозовой Адолат Аъзамовны «Аппроксимация пространственных кривых и её приложения в теории квадратур» удовлетворяет всем требованиям ВАК РТ при Президенте Республики Таджикистан, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а её автор Шабозова А.А. заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук  
по специальности 01.01.01 — вещественный,  
комплексный и функциональный анализ,  
профессор кафедры информатики и информационных  
систем Российско-Таджикского (Славянского)  
университета

Ю.Х. Хасанов



06.02.2020

Место работы: 734025, г. Душанбе, ул. М. Турсун-заде, 30.  
Министерство образования и науки Республики Таджикистан.  
Российско-Таджикский (Славянский) университет.  
Телефон: (+992) 93-500-40-86.  
E-mail: yukhas60@mail.ru

